

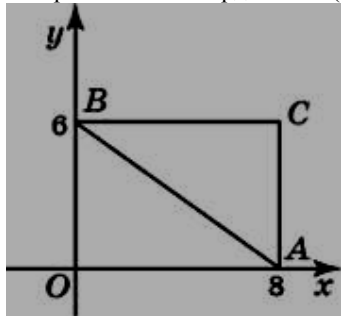
Вариант 4
Часть В

В1 Студент получил свой первый гонорар в размере 700 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет тюльпанов для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество тюльпанов сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, тюльпаны стоят 60 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?

В2 Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя – чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Омах), на оси ординат – сила тока в Амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 12 до 6 Ампер. На сколько Омв при этом увеличилось сопротивление цепи?



В3 Найдите ординату центра окружности, описанной около треугольника, вершины которого имеют координаты $(8, 0)$, $(0, 6)$, $(8, 6)$.



В4 Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 минуту разговора
"Повременный"	Нет	0,25 руб.
"Комбинированный"	130 руб. за 320 мин. в месяц	0,2 руб. за 1 мин. сверх 320 мин. в месяц.
"Безлимитный"	200 руб. в месяц	

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 900 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 900 минутам? Ответ дайте в рублях.

В5 Найдите корень уравнения $2 \log_5(5 - x) = \log_5 \left(\frac{1}{9} \right)$.

В6 В треугольнике ABC $AC = BC$, AH — высота, $\operatorname{ctg} \angle ABC = \frac{24}{7}$.
Найдите $\cos \angle BAH$.

В7 Найдите значение выражения $\sqrt{12} \cos^2 \frac{7\pi}{12} - \sqrt{3}$.

В8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - 2t + 1$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 48 м/с?

В9 Найдите квадрат расстояния между вершинами B и D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, для которого $AB = 4$, $AD = 6$, $AA_1 = 5$.

В10 Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 шахматистов, среди которых 4 участника из России, в том числе Александр Ефимов. Найдите вероятность того, что в первом туре Александр Ефимов будет играть с каким-либо шахматистом из России?

В11 Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3 , а боковое ребро равно 2 .

В12 Автомобиль, масса которого равна $m = 2160$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь $S = 500$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала

движения автомобиля, за которое он пройдёт указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н. Ответ выразите в секундах.

В13 Первые 120 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 160 км — со скоростью 100 км/ч, а затем 120 км — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

В14 Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 13}$.

Часть С

С1 Решите уравнение $\cos x + 1 = 2 \sin 2x + 4 \sin x$.

Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}\right]$.

С2 В параллелепипеде $ABCTA_1B_1C_1T_1$ с рёбрами $AB = 10$, $AT = 24$ и $AA_1 = \frac{50}{13}$ найдите расстояние от вершины C до плоскости BT_1A_1 .

С3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left(x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10\right) \\ 7^{x+1} + 7^{x-1} + 7^x > 171 \end{cases}$$

С4 AA_1, BB_1 и CC_1 — высоты треугольника ABC . Угол A_1 треугольника $A_1B_1C_1$ равен 36° , а угол B_1 треугольника $A_1B_1C_1$ равен 84° . Найдите угол C треугольника ABC .

С5 Найти все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_a y = (x^2 - 2x)^2 \\ x^2 + y = 2x \end{cases} \text{ имеет ровно два решения.}$$

С6 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 15 раз больше, либо в 15 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3825 . Дайте обоснованные ответы на вопросы:

- может ли эта последовательность состоять из двух членов?
- может ли эта последовательность состоять из трёх членов?
- какое наибольшее число членов может быть в этой последовательности?

Вариант 4-12

Ответы к части В

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12	В13	В14
9	1	4	200	2	0,28	-1,5	10	105	0,04	2	30	80	2

Ответы к части С

С1 $\pi + 2n\pi$, $(-1)^k \arcsin \frac{1}{4} + k\pi$. На промежутке $\left[-\frac{7\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} \right]$ попадают корни $x_1 = -3\pi$, $x_2 = -3\pi - \arcsin \frac{1}{4}$ и $x_3 = -2\pi + \arcsin \frac{1}{4}$.

С2 $\frac{600}{169}$

С3 $[2, +\infty)$

С4 60^0 или 30^0 Указание: рассмотрите два случая

С5 $0 < a < 1$ Указание: сведите исходную задачу к задаче «уравнение $\log_a y = y^2$ имеет единственное решение в области $0 < y < 1$ ».

С6 а) нет, т.к. 3825 не делится на 16 ,
б) да, т.к. $n + 15n + n = 3825$ при $n = 225$,
в) 479, т.к. $3825 = (1 + 15) + (1 + 15) + \dots + (1 + 16) + 1 = 16 \cdot 239 + 1$