

С1. а) Решите уравнение $\log_5(2-x) = \log_{25} x^4$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$

Ответ: а) -2; 1 б) -2

С2 В правильной треугольной пирамиде МАВС с вершиной М сторона основания АВ равна 6. На ребре АВ отмечена точка К так, что АК:КВ=5:1. Сечение МКС является равнобедренным треугольником с основанием МК. Найдите угол между боковыми гранями пирамиды.

Ответ: $2 \arcsin \frac{\sqrt{682}}{44}$

С3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_3 \left(\frac{x^2}{4} - \frac{16}{x^2} \right) \leq 1 \\ \frac{2x^2 + x - 28}{(x-6)^3 + (x-5)^3 - 1} \leq 0 \end{cases}$$

Ответ: $-4; \left[\frac{7}{2}; 4\right]$

С4 Диагональ АС разбивает трапецию ABCD с основаниями AD и BC, из которых AD большее, на два подобных треугольника.

а) Докажите, что $\angle ABC = \angle ACD$

б) Найдите отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, если известно, что

$$BC = 18, AD = 50 \text{ и } \cos \angle CAD = \frac{3}{5}$$

Ответ: $8\sqrt{13}$.

С5 Найдите все значения параметра a , при которых для любого действительного x выполнено неравенство

$$|3 \sin x + a^2 - 22| + |7 \sin x + a + 12| \leq 11 \sin x + |a^2 + a - 20| + 11$$

Ответ: $-5; [5; \infty)$

С6 Из первых 22 натуральных чисел 1, 2, ..., 22 выбрали $2k$ различных чисел. Выбранные числа разбили на пары и посчитали суммы чисел в каждой паре. Оказалось, что все полученные суммы различны и не превосходят 27.

а) Может ли получиться так, что сумма всех $2k$ выбранных чисел равняется 170 и в каждой паре одно из чисел ровно в три раза больше другого?

б) Может ли число k быть равным 11?

в) Найдите наибольшее возможное значение числа k .

Ответ: а) нет; б) нет; в) 10