

Логарифмические уравнения и неравенства на ЕГЭ по математике

Здесь приведены логарифмические уравнения и неравенства, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

1. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\log_2(25 - x^2) - 7 \log_2(25 - x^2) + 12 \geq 0.$$

$$\left(\frac{5}{2}; 1\wedge\right] \cap [8; 3-] \cap \left[1\wedge -; \frac{9}{2}-\right)$$

2. (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x^2 + 6x + 9)} \geq 0.$$

$$\left(\infty; -1\right] \cap (-7; -3-) \cap \left(-3; -\frac{7}{2}\right] \cap \left(-\frac{7}{2}; \infty\right)$$

3. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0.$$

$$\left(1; \frac{8}{1}\right] \cap \left[\frac{27}{1}; 0\right)$$

4. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\log_{49}(x+4) + \log_{x^2+8x+16} \sqrt{7} \leq -\frac{3}{4}.$$

$$\left(-3; \frac{7}{1}\wedge\right] \cap \left[\frac{7}{27}; -4-\right)$$

5. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$(5 - 2x) \log_{-x^2+4x-3}(x-1) \geq 0.$$

$$\left(1; 2\right] \cap \left(2; \frac{5}{2}\right]$$

6. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$2 \log_{(x^2-6x+10)^2}(5x^2 + 3) \leq \log_{x^2-6x+10}(4x^2 + 7x + 3).$$

$$\left[2; 3\right) \cap (3; 0]$$

7. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\log_{1-\frac{1}{(1-x)^2}} \left(\frac{x^2 + 5x + 8}{x^2 - 3x + 2} \right) \leq 0.$$

$$(\infty; 2] \cap (0; \frac{1}{\delta}]$$

8. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\log_{\frac{x}{2}} (x^2 - 2x + 1) \geq 2.$$

$$[\frac{3}{2}; 1) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$$

9. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$2 \log_9^2 x - 3 \log_9 x + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{10}; \sqrt{99}]$.

$$6 (6 : 6 и 8 : a)$$

10. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$2 \log_3^2(2 \cos x) - 5 \log_3(2 \cos x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

$$a) \frac{9}{2\pi} \mp \sqrt{2\pi n}, n \in \mathbb{Z}$$

11. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$(4^{x^2-x-6} - 1) \cdot \log_{0,25} (4^{x^2+2x+2} - 3) \leq 0.$$

$$(-\infty; -2] \cap \{-1\} \cap (-\infty; 1)$$

12. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$(5x - 13) \cdot \log_{2x-5} (x^2 - 6x + 10) \geq 0.$$

$$(\infty; -\frac{9}{5}) \cap [\frac{9}{5}; \frac{13}{2}]$$

13. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\log_{x^2+1} (x-3)^2 \cdot \log_{x^2+1} \frac{(x-3)^2}{(x^2+1)^3} \leq -2.$$

$$(-\infty; -2] \cap [-1; \frac{3}{4}]$$

14. (*МНОO, 2016*) Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x).$$

$$(\underline{5}; \overline{7})$$

15. (*ЕГЭ, 2015*) Решите неравенство

$$(\log_2^2 x - 2 \log_2 x)^2 < 11 \log_2^2 x - 22 \log_2 x - 24.$$

$$(\underline{6}; \overline{8}) \cap (\underline{\frac{5}{1}}; \overline{\frac{1}{1}})$$

16. (*ЕГЭ, 2015*) Решите неравенство

$$\lg^4 x - 4 \lg^3 x + 5 \lg^2 x - 2 \lg x \geq 0.$$

$$(\underline{\infty}; \overline{100}) \cap \{100\} \cap [1; \overline{0})$$

17. (*ЕГЭ, 2015*) Решите неравенство

$$\frac{3 \lg^2 x - 8}{\lg^2 x - 4} \geq 2.$$

$$(\underline{\infty}; \overline{100}) \cap \{100\} \cap (\underline{\frac{99}{1}}; \overline{0})$$

18. (*ЕГЭ, 2015*) Решите неравенство

$$\log_2^2 (4 + 3x - x^2) + 7 \log_{0,5} (4 + 3x - x^2) + 10 > 0.$$

$$(-\underline{1}; \overline{0}) \cap \{0\} \cap (\underline{3}; \overline{4})$$

19. (*МНОO, 2015*) Решите неравенство

$$\frac{\log_{1-2x}((x+1)(1-4x+4x^2))}{\log_{x+1}(1-2x)} \leq -1.$$

$$\underline{\frac{5}{1}} -$$

20. (*МНОO, 2015*) Решите неравенство

$$\log_{\frac{x}{x-1}} 5 \leq \log_{\frac{x}{2}} 5.$$

$$[\underline{2}; \overline{8}]$$

21. (*МНОО, 2015*) Решите неравенство

$$\log_{x^2+x} (x^2 - 2x + 1) \leq 1.$$

$$(\infty; -\frac{2}{1-\sqrt{5}}) \cap \left(1; \frac{2}{1}\right] \cap \left(1; -\frac{2}{1+\sqrt{5}}\right)$$

22. (*ЕГЭ, 2014*) а) Решите уравнение:

$$\log_5(2-x) = \log_{25}x^4.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$.

$$\text{а)} -2, 1; \text{ б)} -2$$

23. (*ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{4-x}(x+4) \cdot \log_{x+5}(6-x) \leq 0, \\ 25^{x^2-2x+10} - 0,2^{2x^2-4x-80} \leq 0. \end{cases}$$

$$(-3; 4) \cap \{3\}$$

24. (*ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3^x + 8 \cdot 3^{-x} \geq 9, \\ 2 \log_{(x^2-4x+5)^2} (4x^2 + 1) \leq \log_{x^2-4x+5} (3x^2 + 4x + 1). \end{cases}$$

$$\{0\} \cup [\log_3 8; 2] \cup (2; 4]$$

25. (*ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 19 \cdot 4^x + 4^{-x} \leq 20, \\ x \cdot \log_{x+3}(7-2x) \geq 0. \end{cases}$$

$$[-\log_4 19; -2) \cap \{0\}$$

26. (*ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 16^{x-\frac{5}{4}} - 3 \cdot 4^{x-\frac{3}{2}} + 1 \geq 0, \\ \log_2 \frac{2x^2 + 5x - 7}{3x - 2} \leq 1. \end{cases}$$

$$\{\frac{5}{8}\} \cap [1 - ; \frac{5}{2}]$$

27. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_3 \left(\frac{x^2}{4} - \frac{16}{x^2} \right) \leq 1, \\ \frac{2x^2 + x - 28}{(x-6)^3 + (x-5)^3 - 1} \leq 0. \end{cases}$$

$$[\frac{1}{4}; \frac{5}{2}] \cap \{\frac{1}{4}\}$$

28. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 9^{x+\frac{1}{2}} - 28 \cdot 3^{x-1} + 1 \leq 0, \\ \log_{(\sqrt{7})^{x+\frac{1}{2}}} 7^{\frac{2}{x^2+x}} \leq \frac{4}{2x+1}. \end{cases}$$

$$\{1\} \cap (0; \frac{5}{4}) \cap (-2; -1)$$

29. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3^x + \frac{54}{3^x} \geq 29, \\ \log_{x+3} \left(\frac{x+1}{4} \right) \leq 0. \end{cases}$$

$$(-1; \log_3 2] \cap \{3\}$$

30. (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_x(x^3 - 1) \leq \log_x(x^3 + 2x - 4), \\ \sqrt{3 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 3} \geq 2^x - 3. \end{cases}$$

$$(\infty; 3^{\log_2 2})$$

31. (МИОО, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_2^2(-\log_2 x) + \log_2 \log_2^2 x \leq 3, \\ -4|x^2 - 1| - 3 \geq \frac{1}{x^2 - 1}. \end{cases}$$

$$[\frac{2}{\sqrt[3]{8}}, \frac{2}{\sqrt[3]{4}}]$$

32. (МИОО, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ 2 \log_2 \frac{x-1}{x+1,3} + \log_2(x+1,3)^2 \geq 2. \end{cases}$$

$$[-2; -1,3) \cup \{3\}$$

33. (*МНОО, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 9^x - 5 \cdot 3^x + 4 \geq 0, \\ \log_{\frac{3x^2+4x+1}{4x+1}} \left| \frac{x}{2} \right| \leq 0. \end{cases}$$

$$\left(-\frac{4}{1}; 0 \right) \cup [\log_3 4; 2]$$

34. (*МНОО, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{6x^2-x-1} (2x^2 - 5x + 3) \geq 0, \\ \frac{12x^2 - 31x + 14}{4x^2 + 3x - 1} \leq 0. \end{cases}$$

$$\left(-1; -\frac{3}{2} \right) \cup \left[\frac{12}{7}; \frac{3}{2} \right] \cup \{2\}$$

35. (*ЕГЭ, 2013*) а) Решите уравнение:

$$1 + \log_2(9x^2 + 5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-1; \frac{8}{9} \right]$.

$$\text{а)} \pm \sqrt{2}, \pm \frac{\sqrt{2}}{1}; \text{ б)} \pm \frac{\sqrt{2}}{1}$$

36. (*ЕГЭ, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{7-2x}(x+6) \leq 0, \\ x - \frac{x-3}{x+6} - \frac{x^2+27x+90}{x^2+8x+12} \leq -1. \end{cases}$$

$$[-9; 5]$$

37. (*ЕГЭ, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{6-x} \frac{(x-6)^2}{x-2} \geq 2, \\ \frac{x^2-x-14}{x-4} + \frac{x^2-8x+3}{x-8} \leq 2x+3. \end{cases}$$

$$(5; 9)$$

38. (*ЕГЭ, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{5-x} \frac{x+4}{(x-5)^{10}} \geq -10, \\ x^3 + 8x^2 + \frac{50x^2 + x - 7}{x-7} \leq 1. \end{cases}$$

$$(-3; 0) \cup [2; 4)$$

39. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{1}{5x-12} + \frac{2x^2 - 6x + 1}{x-3} \geq 2x, \\ \log_{x+1}(2x+7) \cdot \log_{x+1} \frac{2x^2 + 9x + 7}{(x+1)^4} \leq -2. \end{cases}$$

$$(\infty; \infty) \cap \left[\frac{\xi}{5}; \frac{9}{2} \right]$$

40. (ФЛТ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x^2 - 2x + 26) \leq 3 \log_{3-x} 3, \\ \frac{x^2 - 2x - 2}{x-3} \leq \frac{x}{2} + 1. \end{cases}$$

$$(\varepsilon; \infty) \cap [1; \infty -]$$

41. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{x+1}(2x-5) + \log_{2x-5}(x+1) \leq 2, \\ 25^x - 20^x - 2 \cdot 16^x \leq 0. \end{cases}$$

$$(\varepsilon; \frac{\xi}{2})$$

42. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^x + 32 \cdot 2^{-x} \geq 33, \\ 2 \log_9(4x^2 + 1) \geq \log_3(3x^2 + 4x + 1). \end{cases}$$

$$(\infty; \infty) \cap [0; \frac{\xi}{1} -] \cap (1; \infty -)$$

43. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4 \cdot 4^x - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ \log_{x^2}(x-1)^2 \leq 1. \end{cases}$$

$$[\varepsilon; 1) \cap [\frac{\xi}{1}; 0) \cap (0; 1 -)$$

44. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2 \cdot 3^{x+2} + 27 \cdot 3^{-x} \leq 87, \\ \log_{3x} \frac{1}{27} \cdot \log_3(27x) + 9 \geq 0. \end{cases}$$

$$[\frac{\xi}{1}; 2 - \log_3 2] \cap (0; 1 -)$$

45. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{160 - 4^x}{32 - 2^x} \geq 5, \\ \log_{0,25x^2} \left(\frac{6-x}{4} \right) \leq 1. \end{cases}$$

$$(-\infty; -3] \cup (-2; 0) \cup (0; 2) \cup (2; \log_2 5] \cup (5; 6)$$

46. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^{4x} - 4^{x+3} \leq 65, \\ \log_{x+5} \left(\frac{3-x}{x} \right)^4 + \log_{x+5} \frac{x}{x-3} \leq 3. \end{cases}$$

$$[-5; -4) \cup [-3; -1] \cup (3; \log_4 65]$$

47. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 129 \leq 2^{x+7}, \\ \log_{x+8} \left(\frac{7-x}{x+1} \right)^2 \leq 1 - \log_{x+8} \frac{x+1}{x-7}. \end{cases}$$

$$[-8; -7) \cup [-5; -3] \cup (7; \log_2 129]$$

48. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{25 \cdot 0,5^{x-1} - 2^{x-2}}{2^{x+2} - 4^x} \geq 0,5^{x+2}, \\ \log_{6-x} \frac{x^4}{x^2 - 12x + 36} \leq 0. \end{cases}$$

$$[-3; 0) \cup (0; 2) \cup [1 + 2 \log_2 5; 6)$$

49. (МНОО, 2012) Решите систему:

$$\begin{cases} \log_{2x+1}(4x-5) + \log_{4x-5}(2x+1) \leq 2, \\ 9^x - 2 \cdot 6^x - 3 \cdot 4^x \leq 0. \end{cases}$$

$$\left(\frac{\xi}{\delta}; \frac{\psi}{\delta} \right)$$

50. (МНОО, 2012) Решите систему:

$$\begin{cases} 3^{4x-1} + 3^{4x+1} \geq 80, \\ \log_{\frac{x}{2}}(4x^2 - 3x + 1) \geq 0. \end{cases}$$

$$\left[\frac{4}{\log_3 24}; \frac{4}{3} \right] \cup (2; +\infty)$$

51. (Москва, репетиционный ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} -11x + 3 \ln 17 + \log_x(\log_2 x + \log_4 x + 1) \geq \frac{1}{\log_2 x} - 11x + 3 \ln 17, \\ 10x - 14 \ln 17 + 3^x + 3^{x+1} > 4^x + 10x - 14 \ln 17. \end{cases}$$

$$\left[\frac{1}{2} : \frac{\ln 17}{\ln 2} \right] \cap \left(1 : \frac{\ln 17}{\ln 2} \right)$$

52. (Санкт-Петербург, репетиционный ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} \leq 54, \\ \log_6(x+1) - 2 \log_{x+1} 6 + 1 > 0. \end{cases}$$

$$\left[\frac{1}{2} : \frac{\ln 6}{\ln 2} \right]$$

53. (ФЛТ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^{2x+1} - 2^{x+2} - 2^x \leq 3, \\ \log_{x+\frac{2}{9}} 3 \leq \log_{\sqrt{x}} 3. \end{cases}$$

$$[\frac{1}{2} : \log_2 3] \cap \left[\frac{6}{1} : \frac{6}{2} \right] \cap \left[\frac{6}{1} : 0 \right]$$

54. (Юг, пробный ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 18 \cdot 2^{x+2} + 128 \leq 0, \\ 2 \log_3 \frac{x-2}{x-3,3} + \log_3(x-3,3)^2 \geq 0. \end{cases}$$

$$\left[\frac{1}{2} : \frac{6}{1} \right] \cap \left[\frac{6}{1} : 4 \right]$$

55. (MIOO, 2011) Решите систему:

$$\begin{cases} 9^{\lg x} + x^{2 \lg 3} \geq 6, \\ \log_2^2 x + 6 > 5 \log_2 x. \end{cases}$$

$$(\infty : 4) \cap (8 : 10)$$

56. (MIOO, 2011) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x+1) \cdot \log_{x+5}(4-x) \geq 0, \\ \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{x-1,2} + \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{1,2-x} \leq 2. \end{cases}$$

$$[2, 1]$$

57. (*МНОО, 2011*) Решите систему:

$$\begin{cases} 5^{\log_5^2 x} + x^{\log_5 x} \geq 2\sqrt[4]{5}, \\ \log_3^2 x + 2 > 3 \log_3 x. \end{cases}$$

$$(\infty; 6) \cap (\varepsilon; \frac{9}{4}) \cap \left[\frac{9}{4}; 0 \right)$$

58. (*МНОО, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{7^{x+3}} 49}{\log_{7^{x+3}}(-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x}.$$

$$[-49; -3) \cup (-3; -1) \cup (0; \frac{64}{7})$$

59. (*МНОО, 2011*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 7 \log_9(x^2 - x - 6) \leq 8 + \log_9 \frac{(x+2)^7}{x-3}, \\ \frac{1}{3^{x-1}} + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x+1}} < 52. \end{cases}$$

$$(-\log_3 12; -2) \cup (3; 12]$$

60. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{2 \log_{x+4} (x^2 - 2x)}{\log_{x+4} x^2} \geq 1.$$

$$(-4; -3) \cup (-3; -1) \cup (3; 12]$$

61. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{9}}(7 - 6x) \cdot \log_{2-x} \frac{1}{3} \geq 1.$$

$$(-\varepsilon; 1] \cap (1; \frac{9}{2})$$

62. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_x 2x^{-1} \cdot \log_x 2x^2}{\log_{2x} x \cdot \log_{2x^{-2}} x} < 40.$$

$$(\infty; \frac{1}{2}) \cap \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3} \right) \cap \left(\frac{2}{3}; \frac{5}{4} \right) \cap \left(\frac{5}{4}; \frac{9}{5} \right) \cap \left(\frac{9}{5}; 40 \right)$$

63. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{2 \log_5(x^2 - 5x)}{\log_5 x^2} \leqslant 1.$$

$$[-1; 0) \cap (0; 5]$$

64. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$9 \log_7(x^2 + x - 2) \leqslant 10 + \log_7 \frac{(x-1)^9}{x+2}.$$

$$[-2; -1] \cap (-\infty; 1)$$

65. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(5^{1+\lg x} - \frac{1}{2^{1+\lg x}} \right) \geqslant -1 + \lg x.$$

$$\left[\frac{\varepsilon}{1}; \frac{0.1}{1} \right)$$

66. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\log_{\sqrt{2x^2-7x+6}} \left(\frac{x}{3} \right) > 0.$$

$$(\varepsilon; \frac{1}{3}) \cap (\frac{1}{2}; \frac{2}{3}) \cap (\infty; \infty)$$

67. (*МИОО, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{(x^2 + x) \lg(x^2 + 2x - 2)}{|x-1|} \geqslant \frac{\lg(-x^2 - 2x + 2)^2}{x-1}.$$

$$(-\infty; -1) \cap (\varepsilon; \infty)$$

68. (*Москва, репетиционный ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$1 - \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} \frac{x+5}{x+3} \geqslant \log_9(x+1)^2.$$

$$[-1; 1] \cap (-1; -2) \cap (-5; -2)$$

69. (*Москва, репетиционный ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\log_{3-x}(x^2 - 10x + 25) \leqslant 2 \log_{3-x}(4x - x^2 + 5) - 2.$$

$$(2; 1)$$

70. (*Москва, репетиционный ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\log_4(x+5)^4 \cdot \log_{16}(x+4)^2 + \log_2 \frac{(x+4)^3}{x+5} - 3 > 0.$$

$$(-\infty; -2) \cap (-2; -\frac{8}{11}) \cap (-9; -\infty)$$

71. (*Санкт-Петербург, репетиционный ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(x^4 - 4x^3 + 4x^2) + \log_{0,25}(6x^2 - 12x - 9)}{x^2 - 2x - 8} \geq 0.$$

$$(-\infty; -2) \cap (-2; -1) \cap \{-1\} \cap (1; +\infty)$$

72. (*МИОО, 2011*) Решите неравенство:

$$(2x+1) \log_5 10 + \log_5 \left(4^x - \frac{1}{10} \right) \leq 2x - 1.$$

$$[-\log_4 10; -\log_4 5]$$

73. (*МИОО, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_2(2x) \cdot \log_{0,5x} 2}{\log_{0,125x} 8} \leq 1.$$

$$[2; 3] \cap (2; 8) \cap (8; 10)$$

74. (*МИОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{5^{x+8}} 14}{\log_{5^{x+8}} (x^2 - 25)} \geq \frac{\log_2(x^2 + 9x + 14)}{\log_2(x^2 - 25)}.$$

$$(-8; -7) \cap (-7; -5) \cap (-5; \sqrt{26})$$

75. (*МИОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{2x+9} \log_{0,5}(x^2 + 4x)}{\log_{2x+9}(x^2 + 8x + 17)} \geq 0.$$

$$[-2 - \frac{\sqrt{2}}{3}; -2 + \frac{\sqrt{2}}{3}] \cap (0; 4)$$

76. (*ЕГЭ, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{2 \log_{2^{x-1}} |x|}{\log_{2^{x-1}}(x+7)} \leq \frac{\log_3(x+12)}{\log_3(x+7)}$$

$$[-2; -1] \cap (-1; 0) \cap (0; 3) \cap (3; 9)$$

77. (ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$9^{\log_{\frac{1}{9}} \log_5 x^2} \leqslant 5^{\log_{\frac{1}{5}} \log_9 x^2}.$$

$$(-\infty; -1) \cap (1; +\infty)$$

78. (ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(2-x) - \log_{14}(2-x)}{\log_{14}x - \log_{49}x} \leqslant \log_4 49.$$

$$(-2; 1) \cap (1; 2)$$

79. (ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{3^{x+4}} 27}{\log_{3^{x+4}}(-81x)} \leqslant \frac{1}{\log_3 \log_{\frac{1}{3}} 3^x}.$$

$$[-4; -9) \cap (-1; -4) \cap (0; \frac{18}{1})$$

80. (ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$\log_5 \left((3^{-x^2} - 5)(3^{-x^2+16} - 1) \right) + \log_5 \frac{3^{-x^2} - 5}{3^{-x^2+16} - 1} > \log_5 \left(3^{7-x^2} - 1 \right)^2.$$

$$(-\infty; -4) \cap (4; +\infty)$$

81. (ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{9^{x-6}}(x+2)}{\log_{9^{x-6}}x^2} < 1.$$

$$(-2; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (2; 6) \cup (6; +\infty)$$

82. (Москва, репетиционный ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$\log_4(x+2) \cdot \log_x 2 \leqslant 1.$$

$$(-\infty; 0) \cup (0; 1]$$

83. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\log_3(x^2 - x - 3) + \log_3(2x^2 + x - 3) \geqslant \log_3(x^2 - 2)^2 + 2 + \log_{\frac{1}{3}} 4.$$

$$[-2]$$

84. (*МНОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(2^x - 1)}{x - 1} \leq 1.$$

$$(\infty; 1)$$

85. (*МНОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\lg(5y^2 - 2y + 1)}{\lg(4y^2 - 5y + 1)^3} \leq \frac{\log_{5^3} 7}{\log_5 7}.$$

$$\left(\frac{1}{2}; 1\right) \cap \left(\frac{1}{4}; 0\right) \cap (0; \varepsilon]$$

86. (*МНОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{11}(3x + 2\sqrt{x+1} + 2)}{\log_{11}(5x + 3\sqrt{x+1} + 3)^3} \geq \frac{\log_{27} 11}{\log_3 11}.$$

$$\left[\frac{1}{11-3\sqrt{69}}; \frac{4}{5}\right]$$

87. (*МНОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{1 - \sqrt{1 - 4 \log_8^2 x}}{\log_8 x} < 2.$$

$$\left(8^{-\frac{1}{2}}; 1\right) \cap \left(1; \frac{1}{2}\right]$$

88. (*МНОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\log_{6x^2-5x+1} 2 > \log_{\sqrt{6x^2-5x+1}} 2.$$

$$\left(\frac{9}{5}; \frac{2}{1}\right) \cap \left(\frac{6}{1}; 0\right)$$

89. (*МНОО, 2010*) Решите неравенство:

$$7^{-|x-3|} \cdot \log_2(6x - x^2 - 7) \geq 1.$$

$$[3]$$

90. (*МНОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\log_x(5 - x) < \log_x(x^3 - 7x^2 + 14x - 5) - \log_x(x - 1).$$

$$(1; 2) \cup (4; 5)$$

91. (*МНОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\log_x(\log_9(3^x - 9)) < 1.$$

$$[\log_3 10; +\infty)$$

92. (*МНОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_2(3 \cdot 2^{x-1} - 1)}{x} \geq 1.$$

$$(\infty; 1] \cap (0; \frac{3}{2})$$

93. (*МНОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\left(x + \frac{4}{x}\right) \cdot (\log_{6-x}(x^2 - 8x + 16))^2 \geq 5 \cdot (\log_{6-x}(x^2 - 8x + 16))^2.$$

$$(9; 5) \cap (5; 4) \cap \{3\} \cap [1; 0)$$

94. (*МНОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\log_2(x^2 - 4) - 3 \log_2 \frac{x+2}{x-2} > 2.$$

$$(\infty; 9) \cap (-\infty; -2)$$

95. (*МНОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_2 x - 5}{1 - 2 \log_2 x} \geq 2 \log_2 x.$$

$$[-\infty; -\frac{5}{2}] \cup [\frac{5}{2}; 0)$$