

Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ

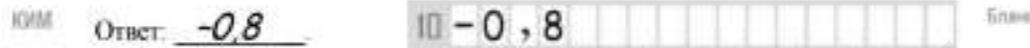
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

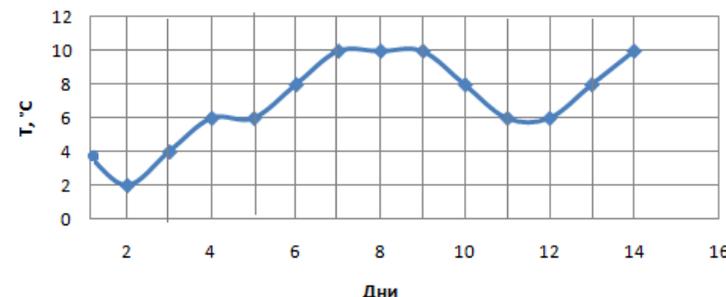
$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1 Штучный товар стоит 18 рублей. Какое количество этого товара можно будет купить на 1300 рублей после повышения цены на 15%?
Ответ: _____.

- 2 Посев семян моркови рекомендуется проводить в начале мая при дневной температуре воздуха не ниже +8°C. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха в течении первых двух недель мая. Определите, в течении скольких дней за период с 3 по 12 мая можно производить посев моркови.



Ответ: _____.

- 3 Даны три точки A(−2;1), B(1;5), C(1;1). В ΔABC из вершины C проведена медиана. Найти её длину.

Ответ: _____.



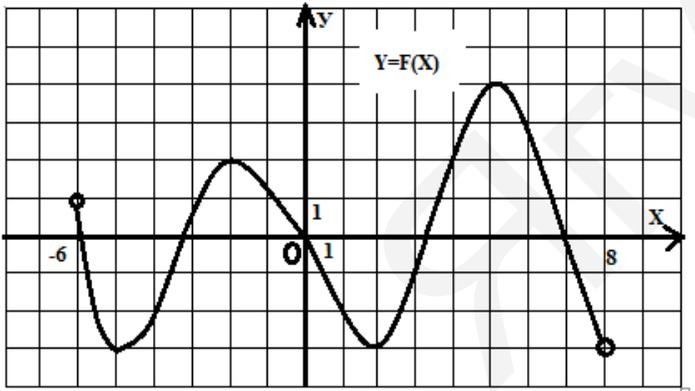


4 Вероятность, что Саша решит задачу - 0,8, Петя решит задачу - 0,9, Маша решит задачу - 0,7. Какова вероятность, что при вызове к доске всех троих хотя бы один задачу не решит.
 Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения $\log_{x+2}(x^2 - 8) = 0$.
 Ответ: _____.

6 Перпендикуляр, опущенный из вершины прямого угла прямоугольного треугольника на гипотенузу, делит её на части длиной 9 и 16см. Найдите периметр треугольника.
 Ответ: _____.

7 На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-6;8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y=4$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

8 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигнет $\frac{1}{2}$ высоты. Объем жидкости равен 145мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?
 Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите значение выражения: $6(1 - \log_3 6)(1 - \log_2 6)$
 Ответ: _____.

10 На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на большие глубины. Конструкция имеет форму бочки (цилиндра), а значит, сила Архимеда, действующая на аппарат, будет определяться по формуле $F_A = \rho \cdot g \cdot \pi \cdot R^2 \cdot l$, где R – радиус цилиндра, l – его линейный размер, $\rho = 1000$ кг/м³ – плотность воды, а $g = 9,8$ Н/кг – ускорение свободного падения. Если $l = 5$ м, то какой максимальный радиус (в метрах) может иметь аппарат, чтобы обеспечит его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении не будет превосходить 588 000Н? (Считать $\pi = 3$)
 Ответ: _____.

11 Два мебельных мастера могут за одну неделю собрать 80 стульев. Работая отдельно, первый мастер на сборку 150 стульев потратит на две недели больше, чем второй. За сколько недель первый мастер соберет 90 стульев?
 Ответ: _____.

- 12 Найти сумму наибольшего и наименьшего значения функции $y = 0,5\cos x \cdot \sin 2x$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\cos 4x + 2\cos^2 2x + 4\sin 2x = 0$
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\frac{5\pi}{2}; -2\pi]$

- 14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точки K, N принадлежат ребру SA , точка M – ребру SB , а L принадлежит ребру SC , причём $AK = KN = NS$, $SM : MB = 1 : 3$, $SL : LC = 2 : 1$.

- а) Докажите, что перпендикуляр MN , опущенный на апофему боковой грани ASC делит ее в отношении $1 : 5$, считая от вершины S .
 б) Найдите отношение объёма пирамиды $KLMN$ к объёму пирамиды $SABC$.

- 15 Решите неравенство: $\log_{x+1}(2x+7) \cdot \log_{x+1} \frac{2x^2+9x+7}{(x+1)^4} \leq -2$

- 16 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AE и CK , H – точка пересечения высот.

- а) Докажите, что точки A, K, E и C лежат на одной окружности;
 б) Известно, что радиус этой окружности равен 2, а радиус описанной окружности около $\triangle ABC$ равен 4. Найдите длину отрезка KE .

- 17 Известно, что вклад, находящийся в банке с начала года, возрастает к концу года на определённый процент (свой для каждого банка). В начале года треть некоторого количества денег положили в первый банк, а оставшуюся часть – во второй банк. К концу года сумма этих вкладов стала равной 380 денежным единицам, к концу следующего года – 482 денежным единицам. Было подсчитано, что если бы первоначально треть исходного количества денег положили во второй банк, а оставшуюся часть – в первый банк, то по истечении одного года сумма вкладов в эти банки стала бы равной 370 денежным единицам. В предположении, что исходное количество денег первоначально целиком положено во второй банк, определить величину вклада по истечении двух лет.

- 18 При каких значениях параметра a уравнение $\log_{\sqrt{ax-6}}(2x^2 - 3x + 2) = 2\log_{ax-6}(x^2 + 2x - 4)$ имеет единственное решение?

- 19 Число S таково, что для любого представления S в виде суммы положительных слагаемых, каждое из которых не превосходит 1, эти слагаемые можно разделить на две группы так, что каждое слагаемое попадает только в одну группу и сумма слагаемых в каждой группе не превосходит 17.

- а) Может ли число S быть равным 34?

- б) Может ли число S быть больше $33\frac{1}{18}$?

- в) Найдите максимально возможное значение S .



**Система оценивания
Ответы к заданиям 1-19**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Верно выполненные задания 13-15 максимум оцениваются в 2 балла, задания 16-17 – в 3 балла, а задания 18-19 – в 4 балла.

№ задания	Ответ
1	62
2	5
3	2,5
4	0.496
5	3
6	60
7	4
8	1015
9	6
10	2
11	3
12	0
13	а) $-\frac{\pi}{12} + \pi n; \frac{7\pi}{6} + \pi k, n, k \in Z;$ б) $-\frac{25\pi}{12}; -\frac{29\pi}{12}$
14	$\frac{1}{18}$
15	$(\sqrt{6}; +\infty]$
16	$2\sqrt{3}$
17	507
18	$\left(2; \frac{7}{3}\right) \cup \left(\frac{7}{3}; 3\right] \cup \{3, 5\}$
19	а)нет; б)нет; в) $33\frac{1}{18}$

