

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–14 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

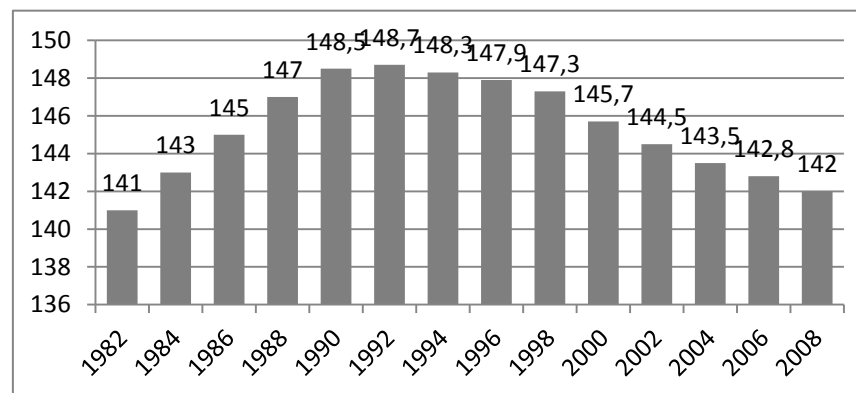
1

Черная гелевая ручка стоит 23 руб. 50 коп. В связи с началом учебного года цена возросла на 20%. Коля купил 7 ручек. Сколько рублей сэкономил бы Коля, если бы он купил такое же количество ручек до повышения цены?

Ответ: _____

2

На диаграмме показана динамика численности населения России за период с 1982 по 2008 гг. в млн человек через каждые два года. Каков прирост населения в 1992 по сравнению с 1990? Ответ дайте в млн человек.



Ответ:

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

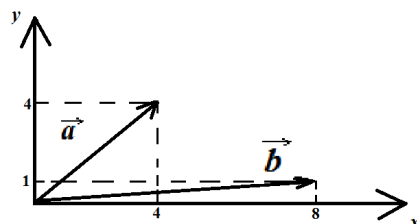
$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



- 3 Найдите квадрат длины вектора $\vec{c} = \vec{a} - 3\vec{b}$



Ответ: _____.

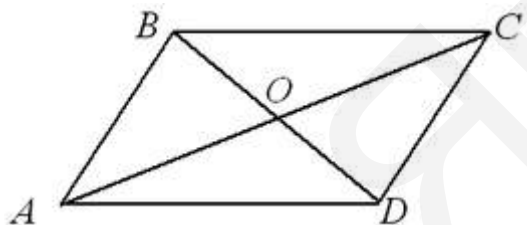
- 4 Найдите вероятность того, что при трёхкратном бросании игральной кости все три раза выпадет нечётное число очков.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\log_3 x^2 = \log_3 16$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

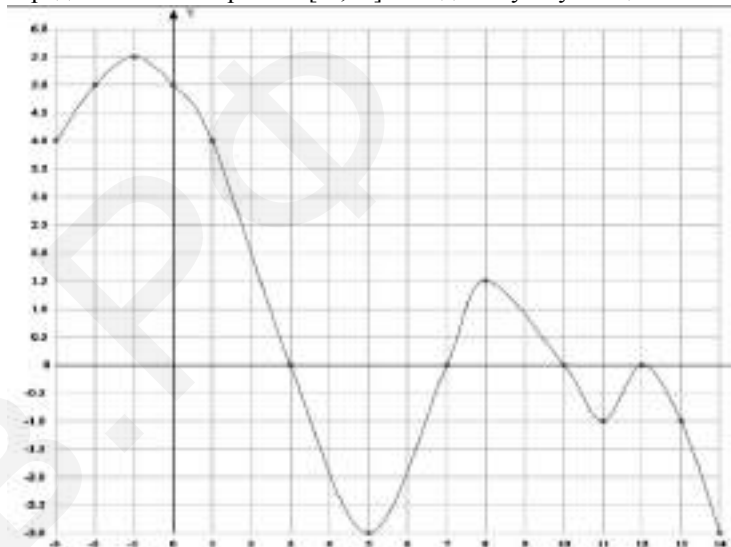
Ответ: _____.

- 6 В параллелограмме ABCD $\cos A = \frac{4}{5}$. Найдите синус угла C.



Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определённой на отрезке $[-3; 14]$. Найдите сумму абсцисс точек максимума.



Ответ: _____.

- 8 Найдите объём шара V , вписанного в цилиндр с радиусом основания 4.

В ответ укажите $\frac{3V}{\pi}$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.



Часть 2

9

Найдите значение выражения $\frac{a^{3,5}}{b^5 \cdot c^{0,2}} \cdot \frac{c^{\frac{6}{5}} \cdot b^4}{\sqrt{a}}$ при $a = 1$, $b = 0,5$ и $c = 8$.

Ответ: _____.

10

Полная энергия тела, движущегося со скоростью v на высоте h находится по формуле $E = mgh + \frac{mv^2}{2}$. Масса тела 3 кг, высота 15 м, ускорение свободного падения $g = 10 \frac{м}{с^2}$. С какой минимальной скоростью должно двигаться тело, чтобы его полная энергия не превышала 546 Дж. Ответ дайте в м/с.

Ответ: _____.

11

Турист вышел из пункта А в пункт В со скоростью 5 км/ч. Навстречу ему, в то же время, выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Через 2 часа пути расстояние между ними составляло треть всего расстояния между А и В. Найдите длину участка АВ (в км).

Ответ: _____.

12

Найдите точку минимума функции $y = 10 \lg^2 x - 10 \lg x + 5\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13 – 19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\sin^2 x + \sin x + \operatorname{ctg}^2 x + \cos^2 x = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; \frac{7\pi}{4}]$

14

В прямоугольный параллелепипед вписан шар объема 36π. Найдите отношение площади поверхности параллелепипеда к площади поверхности шара, описанного около этого параллелепипеда.

15

Решите неравенство

$$2 \log_3^2(x-1) + 3 \log_3(x-1) + 1 + \log_3 2 \leq \log_3 54$$

16

В прямоугольнике MKPL точка N- середина стороны ML, KN=3 и $\angle MKN = 30^\circ$. Точка F лежит вне этого прямоугольника, так что $\angle KFP = 120^\circ$, FP=3, а около четырёхугольника KFPN можно описать окружность.

а) Докажите, что отрезок FN делит сторону KP в отношении 2:1, считая от вершины K;

б) Найдите площадь треугольника KNF.

17

В июле планируется взять кредит на сумму 8052000 рублей. Условия его возврата таковы: каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга. Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года)?



- 18 При каких значениях a уравнение

$$\ln^2 x + a \ln 2x + 2a^2 + 4a + 4 = 0$$

имеет один корень? Найдите этот корень.

- 19 Решите в натуральных числах уравнение $n! + 15n = k^2 - 13$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ — произведение всех натуральных чисел от 1 до n .



**Система оценивания
Ответы к заданиям 1-19**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Верно выполненные задания 13–15 максимум оцениваются в 2 балла, задания 16–17 – в 3 балла, а задания 18–19 – в 4 балла.

17	3 110 400
18	При $a=0$, $x=1$ При $a=$ $-\frac{4}{7}(4 + \ln 2)$, $x = 2^{\frac{2}{7}} \cdot e^{\frac{8}{7}}$
19	$n=3$, $k=8$

№ задания	Правильный ответ
1	32,9
2	0,2
3	401
4	0,125
5	-4
6	0,6
7	13
8	256
9	16
10	8
11	60
12	10
13	а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{3\pi}{2}$
14	$\frac{12}{\pi}$
15	$(1; \sqrt{3} - 1]$
16	б) $9\sqrt{3}$

