

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	.	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

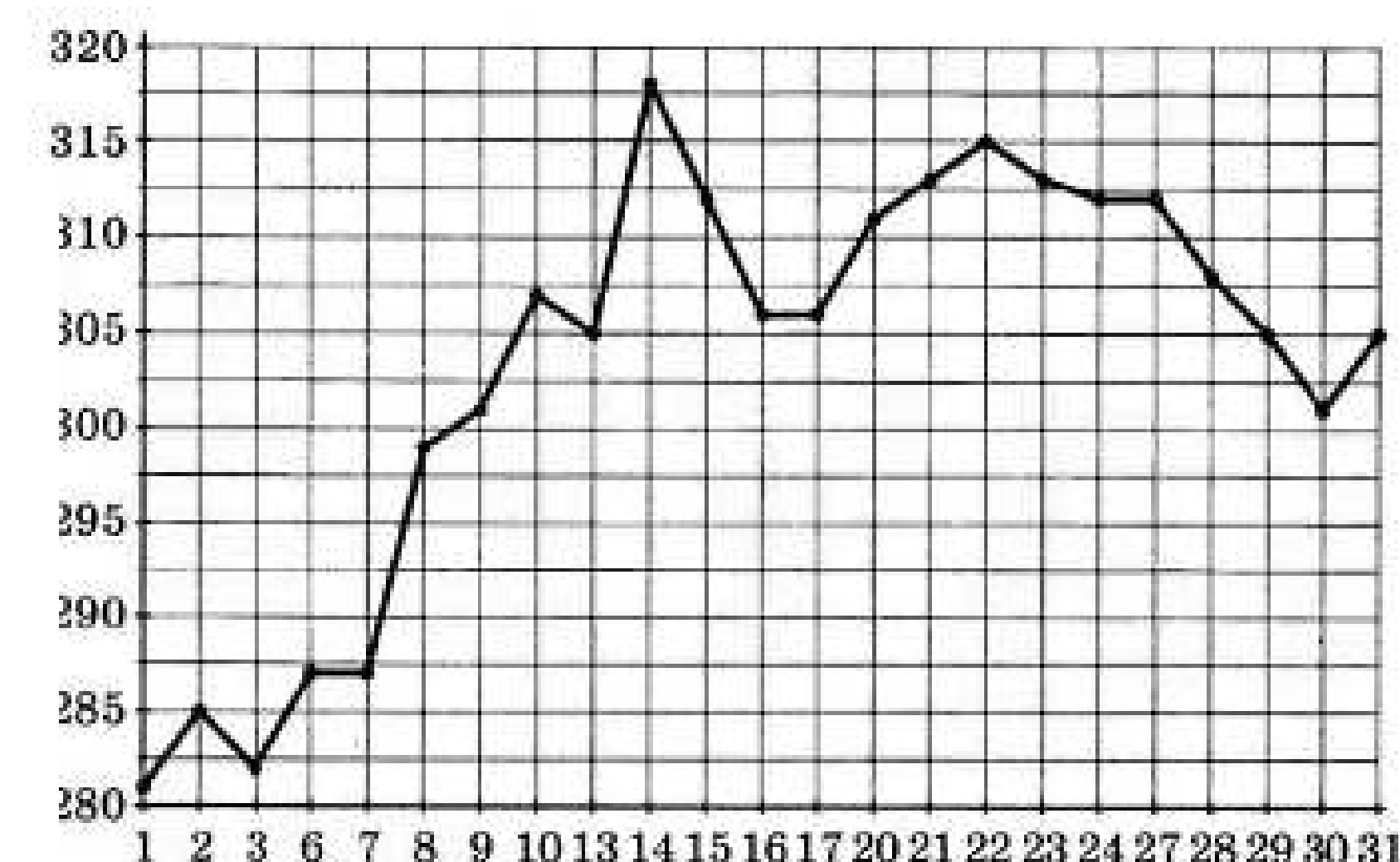
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** В квартире установлен счётчик холодной воды. Показания 1 марта — 270 куб. м., а 1 апреля — 320 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за март, если стоимость 1 куб.м. воды равна 14 руб. 50 коп.?

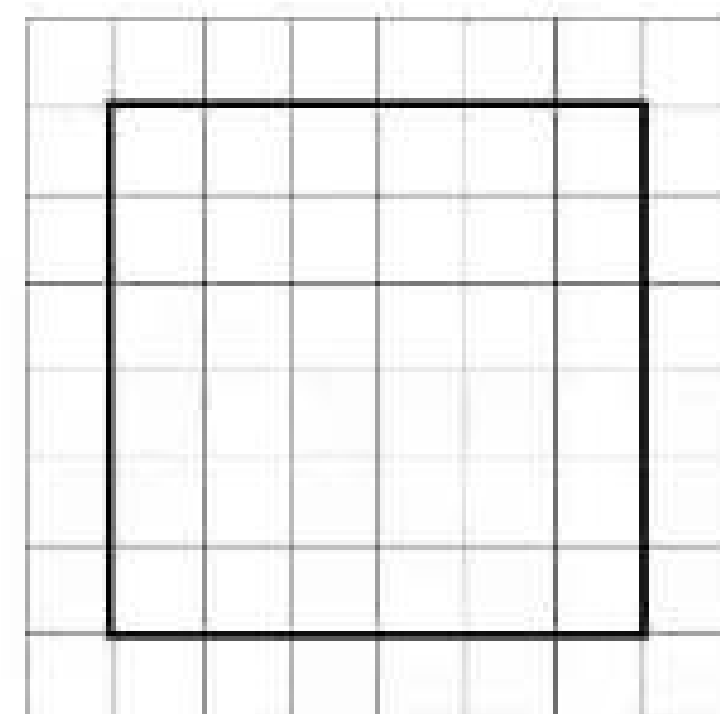
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена палладия на момент закрытия торгов. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку максимальную стоимость металла во второй половине месяца.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырехугольник. Найдите радиус окружности, которую можно вписать в данный четырехугольник.



Ответ: _____.

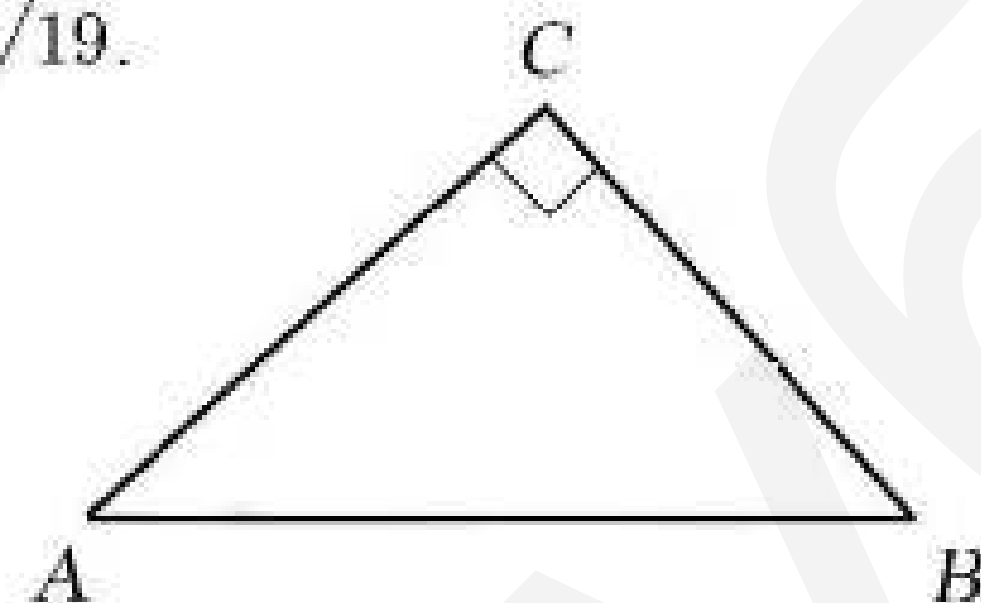
- 4 Перед началом футбольного матча капитаны команд подбрасывают монету. Какова вероятность того, что команда «Статор» будет начинать все три матча?

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\log_7(5x - 3) = 2 \log_7 3$

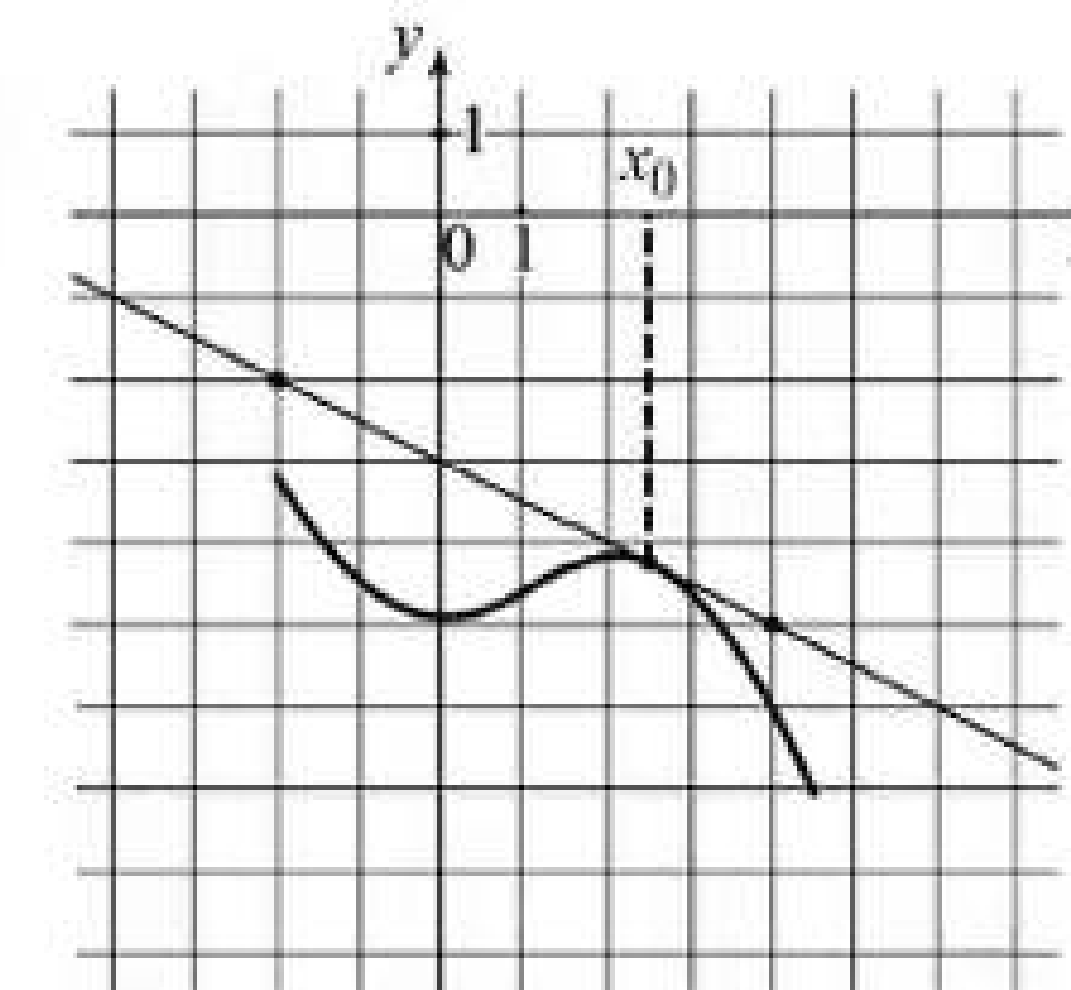
Ответ: _____.

- 6 Найти $\cos A$, если известно, что $AB = 10$, $CB = \sqrt{19}$.



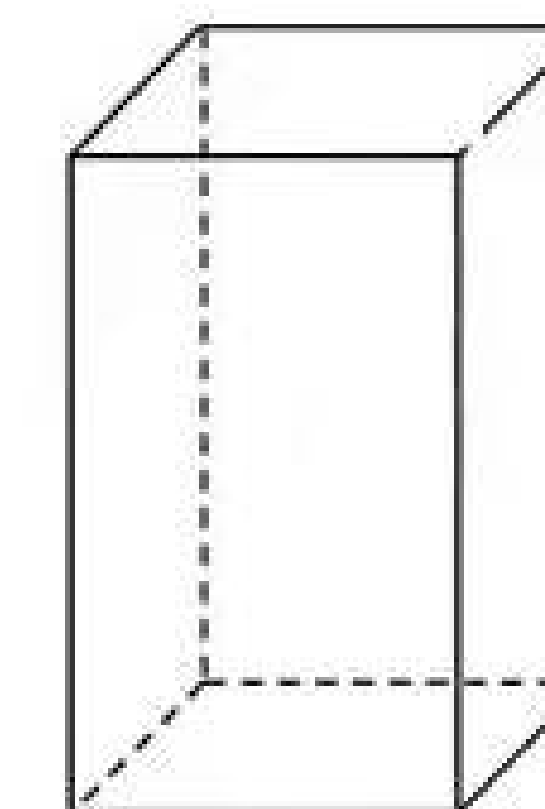
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

- 8 Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Известно, что $AA_1 = 5$, $BC = 4$, $D_1 C_1 = 3$. Найти объем многогранника $ADA_1 B_1 C_1 D_1$.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[5]{36}}{\sqrt[30]{36}}$.

Ответ: _____.

10

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -10$ К/мин², $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

11

Первый час автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, затем 2 часа со скоростью 110 км/ч, а следующие 2 часа со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути. Ответ выразите в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найти наименьшее значение функции

$$y = 6 \cos x + \frac{24x}{\pi} + 5,$$

на промежутке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$27^x - 4 \cdot 3^{x+2} + 3^{5-x} = 0$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_7 4; \log_7 16]$.

14

Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α , содержащей прямую BD , и параллельной прямой AC , является ромб.

а) Докажите, что грань $ABCD$ — квадрат.

б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1 , если $AA_1 = 6$, $AB = 4$.

15

Решите неравенство $\log_2^2(25 - x^2) - 7 \log_2(25 - x^2) + 12 \leq 0$.

16

В треугольнике ABC точки A_1 , B_1 и C_1 — середины сторон BC , AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$.

а) Докажите, что точки A_1 , B_1 , C_1 и H лежат на одной окружности.

б) Найдите $A_1 H$, если $BC = 2\sqrt{3}$.

- 17 Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 руб. в конце каждого года t ($t = 1; 2; \dots$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться в $(1 + r)$ раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счете была наибольшей. Расчеты показали, что для этого ценные бумаги необходимо продавать строго в конце двадцать первого года. При каких положительных r это возможно?

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} ax \geq 2, \\ \sqrt{x-1} > a, \\ 3x \leq 2a + 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[3; 4]$.

- 19 На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 40 и меньше 100.
- а) Может ли на доске быть 5 чисел?
 - б) Может ли на доске быть 6 чисел?
 - в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?