



ЗАДАЧИ МЕЖДУНАРОДНОГО КОНКУРСА «Кенгуру»

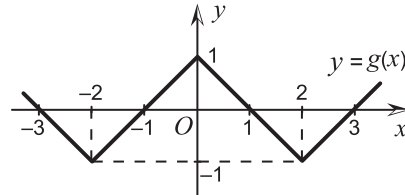


2006

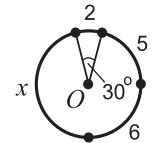
9 – 10 классы

Задачи, оцениваемые в 3 балла

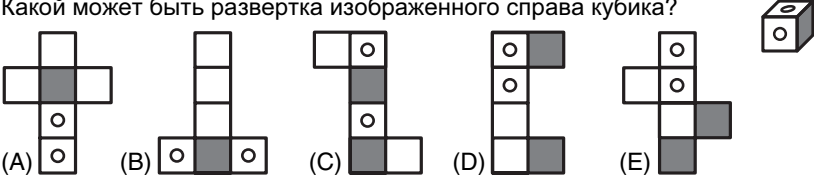
24. На заседании международного жюри конкурса «Кенгуру» за круглым столом сидят 12 человек. При этом на любых шести последовательных местах сидят представители не более, чем трех разных стран. Представители какого наибольшего количества стран могут сидеть за столом?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
25. Число $\sqrt{1+2005}\sqrt{1+2004}\sqrt{1+2003}\sqrt{1+2001}$ равно
(A) 2002 (B) 2003 (C) 2004 (D) 2005 (E) 2006
26. Пусть $g(x)$ – это функция, график которой изображен на рисунке. Каким может быть множество всех решений уравнения $g(x) = f(x)$, если $f(x)$ – некоторая нечетная функция?
(A) $x = 0, x = \pm 1$ (B) $x = \pm 2$ (C) $x = 1, x = 2$
(D) $x = \pm 1, x = 2$ (E) $x = 0, x = 2$
27. Для скольких пар простых чисел (p, q) верно равенство $p^q + q^p = 2^{q+1} + 1$?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 5 (E) для бесконечно многих
28. На какие фигуры нельзя разрезать правильный пятиугольник?
(A) на 5 треугольников (B) на 6 равнобедренных треугольников
(C) на трапеции (D) на шестиугольники
(E) каждое из разрезов А – D возможно
29. Какое из равенств может быть неверным, если $a^3 = a + 1$?
(A) $a^4 = a^2 + a$ (B) $a^4 = a^3 + a^2 - 1$ (C) $a^4 = a^5 - 1$
(D) $a^2 + a = \frac{1}{a-1}$ (E) $a^5 = a^4 - 1$
30. На бумаге нарисованы два прямоугольных треугольника: синий и зеленый. Один из синих катетов вдвое длиннее одного из зеленых катетов, а зеленая гипотенуза в 3 раза длиннее синей. Что тогда невозможно?
(A) Другой зеленый катет в 4 раза длиннее другого синего катета.
(B) Площадь зеленого треугольника в 10 раз больше площади синего.
(C) Площадь синего треугольника больше площади зеленого.
(D) Один из углов зеленого треугольника равен 1° .
(E) Один из углов синего треугольника больше 89° .



1. Круглые сутки Кенгуру смотрит на свои новые электронные часы, которые показывают часы и минуты (от 00:00 до 23:59). Сколько раз за сутки он увидит на табло четыре цифры 2, 0, 0, 6 (в каком-нибудь порядке)?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
2. Сколько из чисел $\sqrt{(-7)^2}$, $(-\sqrt{7})^2$, $-(\sqrt{7})^2$, $(-\sqrt{7})^{-2}$, $(7^{-2})^2$ равны 7?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
3. Каких чисел не бывает?
(A) простых (B) натуральных (C) рациональных
(D) естественных (E) действительных
4. Окружность разделена на 4 дуги, длины которых равны 2, 5, 6 и x . Дуга длины 2 соответствует центральному углу в 30° . Найдите величину x .
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11
5. Скучая на уроке, отличник Петя заметил, что муха ползет по столу со скоростью 10000 миллиардов в килосекунду. Один аршин равен 71 сантиметру. Определите скорость мухи в метрах в секунду.
(A) 7,1 (B) 0,71 (C) 0,071 (D) 0,0071 (E) 0,00071
6. Сколько нечетных среди чисел $10^{15} \cdot 15^{10}$, $15^{15} + 10^{10}$, $15^{10} \cdot 15^{15}$, $15^{10} + 15^{15}$?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
7. Предположим, что фраза «Завтра будет лучше, чем вчера» верна каждый день. Какое из утверждений может тогда быть неверным?
(A) Послезавтра будет лучше, чем сегодня.
(B) Сегодня будет лучше, чем позавчера.
(C) Послезавтра будет лучше, чем позавчера.
(D) Завтра будет лучше, чем позавчера.
(E) В 2006 году 1 апреля будет лучше, чем 16 марта.

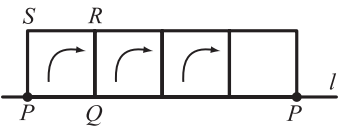


Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!

8. 5% от 3% от числа 8 составляют 3% от 4% от числа
(A) 5 (B) 10 (C) 2,5 (D) 8 (E) другой ответ
9. Какой может быть развертка изображенного справа кубика?
- 
- (A) (B) (C) (D) (E)
10. Окружности радиусов 3 см и 5 см расположены так, что у них ровно три общие касательные. Тогда расстояние между центрами окружностей
(A) меньше 2 см (B) равно 2 см (C) равно 4 см
(D) равно 8 см (E) больше 8 см

Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. Решая одну из задач конкурса «Кенгуру», Коля обнаружил следующее: если ответ А верен, то и ответ В тоже верен; если ответ С неверен, то и ответ В неверен; если ответ В неверен, то оба ответа D и E неверны. Как обычно, верен только один из ответов к задаче. Какой?
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E
12. Прямые $y = 2x + 3$ и $y = kx - 3$ пересекаются в первой четверти, причем ниже прямой $y = 5$. Тогда обязательно
(A) $k \leq 0$ (B) $0 < k \leq 2$ (C) $2 < k \leq 5$ (D) $5 < k \leq 8$ (E) $k > 8$
13. Если n – число ребер некоторой призмы, то
(A) n обязательно четно (B) n обязательно нечетно
(C) n обязательно делится на 3 (D) n обязательно больше 10
(E) n может равняться 2006
14. Если $a = 11^{(-12)^{13}}$, то
(A) a – большое положительное число (B) a близко к 1
(C) a положительно и близко к 0 (D) a отрицательно и близко к 0
(E) a – большое по модулю отрицательное число
15. Пусть O – центр окружности, описанной около треугольника ABC . Найдите больший угол треугольника ABC , если $AOBC$ – ромб.
(A) 90° (B) 100° (C) 110° (D) 120° (E) 150°

16. Какой из следующих фактов опровергает утверждение «Все простые числа, оканчивающиеся на 1, меньше 100»?
(A) 11 меньше 100 (B) 13 – простое число (C) 103 больше 100
(D) 111 больше 100 (E) 101 больше 100
17. Семья Добсонов состоит из папы, мамы и нескольких детей. Средний возраст членов семьи – 18 лет. Без 38-летнего папы средний возраст – 14 лет. Сколько детей в этой семье?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
18. Какое самое маленькое значение может принимать периметр неравнобедренного треугольника с целыми длинами сторон?
(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 9 (E) 10
19. Квадрат $PQRS$ со стороной 2 «катится» вдоль прямой l , пока точка P не вернется на эту прямую. Каждый раз квадрат поворачивается вокруг правой нижней вершины. Какова длина пути, пройденного точкой P ?
- 
- (A) 3π (B) $\pi + \pi\sqrt{2}$ (C) $2\pi + \pi\sqrt{2}$
(D) $\pi + 2\pi\sqrt{2}$ (E) $2\pi + 2\pi\sqrt{2}$
20. Из четырех спичек длины 1 сложили прямоугольный треугольник, разломав предварительно одну из спичек на две части. Чему может равняться площадь такого треугольника?
(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{9}{10}$ или $\frac{8}{9}$
(E) таких треугольников нет

Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. Пусть $E(n)$ – сумма нечетных цифр числа n . Например, $E(82) = 0$, $E(7) = 7$, $E(3245) = 3 + 5 = 8$. Найдите $E(1) + E(2) + \dots + E(100)$.
(A) 359 (B) 400 (C) 500 (D) 501 (E) 721
22. Если сумма четырех положительных чисел равна 20, то произведение двух больших из этих чисел обязательно
(A) меньше 99 (B) больше 0,001 (C) не равно 25
(D) не равно 75 (E) ни один из ответов A – D не подходит
23. Пусть α, β, γ – углы треугольника. Если $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = \sin^2 \gamma$, то обязательно
(A) $\alpha = \beta = \gamma$ (B) $\alpha + \beta = \gamma$ (C) $\alpha - \beta = \gamma$
(D) $\alpha^2 + \beta^2 = \gamma^2$ (E) $\alpha + \beta = 2\gamma$