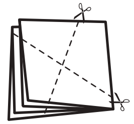
ЗАДАЧИ МЕЖДУНАРОДНОГО КОНКУРСА «Кенгуру»

2003 **7 – 8 классы**

Задачи, оцениваемые в 3 балла

1. Квадратный листок бумаги сложили два раза пополам, а потом разрезали по пунктиру, как показано на рисунке. Сколько кусочков образовалось?



(A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

2. Сколько целых чисел находится между числами $-\pi$ и 3π?

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

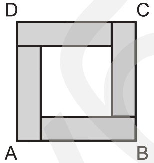
3. Из набора чисел 1, 2, …, 19 вычеркнуты все четные числа, а также все такие числа x, что $19 - x$ делится на 3. Сколько чисел осталось?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

4. При вычислении площади круга по формуле $S = \pi r^2$ Каролина перепутала радиус с диаметром. Что ей теперь нужно сделать со своим результатом, чтобы получить правильный ответ?

(A) разделить на 4 (B) разделить на 2 (C) разделить на π
(D) умножить на 2 (E) умножить на 4

5. Квадрат *ABCD* состоит из одного внутреннего квадрата (белого) и четырех равных закрашенных прямоугольников. Периметр каждого прямоугольника равен 40 см. Какова площадь квадрата *ABCD*?



(A) 400 см^2 (B) 200 см^2 (C) 160 см^2 (D) 100 см^2 (E) 80 см^2

6. У Бенито есть 20 разноцветных шариков: желтых, зеленых, синих и черных. Из этих шариков 17 — не зеленые, 5 — черные, а 12 — не желтые. Сколько синих шариков у Бенито?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 8 (E) 15

7. Квадрат 4×4 разбит на клетки 1×1. Какое наибольшее число клеток может разрезать прямая, пересекающая этот квадрат?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

8. Заяц соревновался с черепахой в беге на 100 метров. Когда заяц прибежал к финишу, черепахе оставалось пробежать еще 90 метров. На сколько метров надо отодвинуть назад стартовую линию для зайца, чтобы при новой попытке оба бегуна пришли к финишу одновременно?

(A) 90 (B) 100 (C) 10 (D) 900 (E) 1000

9. Число $2^{n+2003} + 2^{n+2003}$ равно

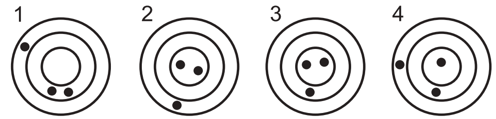
(A) 2^{n+2004} (B) $2^{2n+4006}$ (C) $4^{2n+4006}$ (D) $4^{2n+2003}$ (E) 4^{n+2003}

10. Маша написала на экране компьютера букву У, а потом нажала последовательно три кнопки: «повернуть на 90° по часовой стрелке», «зеркальное изображение» и «повернуть на 180°». Какую картинку она увидит?

(A) ≻ (B) ≺ (C) ʌ (D) ≺ (E) ٧

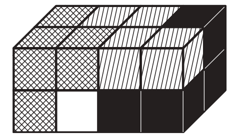
Задачи, оцениваемые в 4 балла

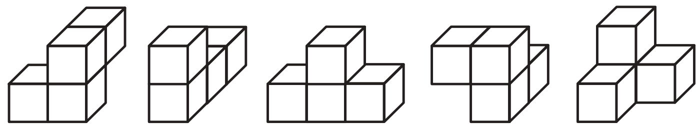
11. Жан сделал по 3 выстрела в каждую из четырех одинаковых мишеней. Известно, что на первой мишени он выбил 29 очков, на второй — 43, на третьей — 47. Сколько очков он выбил на последней мишени?



(A) 31 (B) 33 (C) 36 (D) 38 (E) 39

12. Из четырех деталей, каждая из которых состоит из четырех маленьких кубиков, сложили параллелепипед, показанный на рисунке. Каждая деталь окрашена в свой цвет. Как выглядит белая деталь?





(A) (B) (C) (D) (E)

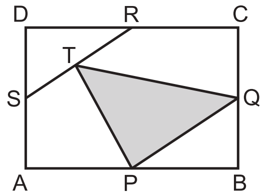
13. Пусть p и q — натуральные числа. Рассмотрим пять чисел: $pq + 2$, $p^2 + q^3$, $(p + 1)(q + 1)$, $(p + q)^2$, $p(q + 1)$. Какое наибольшее количество четных чисел может оказаться в этой пятерке?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

14. Сколькими способами можно разбить на пары числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 так, чтобы разности большего и меньшего чисел во всех парах были одинаковы?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) больше трех

15. В прямоугольнике *ABCD* площади 1 точки *P*, *Q*, *R* и *S* — середины сторон, а точка *T* — середина отрезка *RS*. Какова площадь треугольника *PQT*?



(A) $\frac{5}{16}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$ (E) $\frac{3}{8}$

16. Жан-Кристоф продолжает изучать русский язык. Теперь он выписывает натуральные числа словами и считает, сколько букв (возможно, повторяющихся) использовано для каждого числа. Например, для записи 21 («двадцать один») использовано 12 букв. Он заметил, что некоторые числа равны количеству букв, использованных для их записи. Сколько существует таких чисел?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) больше 3

17. Сколькими способами можно записать число 2003 в виде суммы $a + b$, где a и b — простые числа и $a < b$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) более 3

18. Костя из 7[а] класса и 8 его друзей из той же школы отправились в поход. Среди любых четырех туристов обязательно есть одноклассники, а среди любых пяти — не больше, чем три одноклассника. Сколько учеников 7[а] класса пошли в поход?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 1 (E) невозможно определить

19. При зачеркивании последней цифры натурального числа a (большего 9) получается число b. Каково наибольшее возможное значение дроби $\frac{a}{b}$?

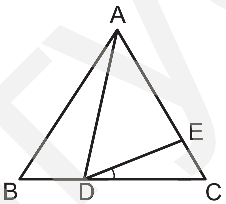
(A) 9 (B) 10 (C) 19 (D) 19,5 (E) 20

20. Слева направо на прямой отмечены 6 точек: A, B, C, D, E, F. Известно, что $AD = CF$ и $BD = DF$. Тогда обязательно

(A) $AB = BC$ (B) $BC = DE$ (C) $BD = EF$ (D) $AB = CD$ (E) $CD = EF$

Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. В треугольнике ABC стороны AB и AC равны, а точки D и E таковы, что $AE = AD$ и $\angle BAD = 30°$. Чему равен $\angle CDE$?



(A) 10° (B) 15° (C) 20° (D) 25° (E) 30°

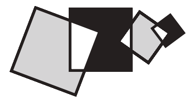
22. Будем называть старшим делителем числа n самый большой из его делителей, отличных от самого числа n. Аналогично, младший делитель числа n — это самый маленький его натуральный делитель, отличный от 1. Сколько существует таких натуральных чисел n, для которых старший делитель в 25 раз больше младшего?

(A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) бесконечно много (E) другой ответ

23. На книжной полке стоят 50 книг по математике и физике. Никакие 2 книги по физике не стоят рядом, но рядом с каждой книгой по математике стоит другая книга по математике. Какое из следующих утверждений может быть неверным?

(A) книг по математике хотя бы 32
(B) книг по физике не более 17
(C) есть 3 книги по математике, стоящие подряд
(D) если книг по физике 17, то одна из них — первая или последняя на полке
(E) среди любых 9 стоящих подряд книг хотя бы 6 — по математике

24. На рисунке изображены 4 пересекающихся квадрата со сторонами 11, 9, 7 и 5 см. На сколько сумма площадей двух серых областей больше суммы площадей двух черных областей?



(A) 25 см² (B) 36 см² (C) 64 см² (D) 0 см² (E) невозможно определить

25. Пусть $a \neq 0$, $a \neq 1$, $a \neq -1$. Какое число из набора $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a+1}$, a, $-a$ может быть самым большим в этом наборе?

(A) a (B) $-a$ (C) $\frac{1}{a}$ (D) $\frac{1}{a+1}$ (E) каждое может

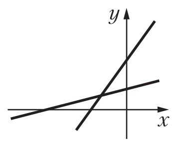
26. На плоскости отметили 10 точек так, что никакие 3 из них не лежат на одной прямой. Каждые две точки соединили отрезком. Какое наибольшее число этих отрезков может пересечь прямая, не проходящая ни через одну из отмеченных точек?

(A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 35 (E) 45

27. Маша старше Миши ровно на один месяц (дни их рождения приходятся на одно и то же число в двух соседних месяцах), а Даша старше Миши на столько же, на сколько Маша старше Даши. В каком месяце не могла родиться Даша?

(A) в апреле (B) в мае (C) в июле (D) в августе (E) в декабре

28. Одна из двух прямых, изображенных на чертеже, имеет уравнение $y = ax + b$, а уравнение другой прямой имеется среди уравнений: (1) $y = ax - b$; (2) $y = bx + a$; (3) $y = \frac{b}{a}x + b$; (4) $y = \frac{a}{2}x + \frac{b}{3}$; (5) $y = \frac{a}{b}x + a$.



Каково уравнение второй прямой?

(A) (1) (B) (2) (C) (3) (D) (4) (E) (5)

29. Сколько существует таких натуральных чисел n, что остаток от деления 2003 на n равен 23?

(A) 13 (B) 19 (C) 22 (D) 23 (E) 36

30. Четыре девочки пели песни, аккомпанируя друг другу по очереди. Каждый раз одна из них играет, а остальные три поют. Оказалось, что Анна спела больше всех песен – одиннадцать, а Дороти спела меньше всех — восемь. Сколько всего песен исполнили девочки?

(A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 11 (E) невозможно определить

Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!