Задание 16. 1. Расстояние от точки до плоскости

Правильная треугольная призма

1. Сторона основания правильной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $5\sqrt{3}$ см, высота призмы равна 20 см, точка M − середина ребра AA_1. Найдите расстояние до плоскости BMC от: *а*) точки K − середины ребра B_1C_1; *б*) точки P − середины ребра A_1B_1; *в*) точки A; *г*) точки A_1; *д*) точки F − точки пересечения медиан треугольника $A_1B_1C_1$. Ответ: *а*) 12 см; *б*) 9 см; *в*) 6 см; *г*) 6 см; *д*) 10 см. **2**. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $8\sqrt{3}$ см, высота призмы равна 21 см, точка M делит ребро AA_1 в отношении $AM:MA_1=3:4$. Найдите расстояние до плоскости BMC от точки: *а*) K − середины ребра B_1C_1; *б*) P − середины ребра A_1B_1; *в*) A; *г*) A_1; *д*) F − точки пересечения медиан треугольника $A_1B_1C_1$. Ответ: *а*) 16,8 см; *б*) 13,2 см; *в*) 7,2 см; *г*) 9,6 см; *д*) 14,4 см.

Прямая призма с равнобедренным треугольником в основании

3. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB=AC=6\sqrt{2}$ см, $BC=12$ см. Высота призмы равна 16 см, точка M − середина ребра AA_1. Найдите расстояние до плоскости BMC от точки: *а*) K − середины ребра B_1C_1; *б*) P − середины ребра A_1B_1; *в*) A; *г*) A_1; *д*) F − точки пересечения медиан треугольника $A_1B_1C_1$. Ответ: *а*) 9,6 см; *б*) 7,2 см; *в*) 4,8 см; *г*) 4,8 см; *д*) 8 см. **4**. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB=AC=13$ см, $BC=10$ см. Высота призмы равна 8 см, точка M − середина ребра A_1B_1, точка E − середина ребра A_1C_1. Найдите расстояние до плоскости BME от точки: *а*) K − середины ребра B_1C_1; *б*) B_1; *в*) P − середины ребра AB; *г*) A; *д*) A_1; *е*) F − точки пересечения медиан треугольника ABC. Ответ: *а*) 4,8 см; *б*) 4,8 см; *в*) 4,8 см; *г*) 9,6 см; *д*) 4,8 см; *е*) 3,2 см.

Прямая призма с прямоугольным треугольником в основании

5. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC, в котором $AB=12$ см, $BC=16$ см, $\angle ABC=90°$. Высота призмы равна 18 см, точка M − середина ребра AA_1. Найдите расстояние до плоскости BMC от точки: *а*) B_1; *б*) K − середины ребра B_1C_1; *в*) P − середины ребра A_1B_1; *г*) A; *д*) A_1; *е*) F − точки пересечения медиан треугольника $A_1B_1C_1$; *ж*) O − точки пересечения прямых BC_1 и B_1C. Ответ: *а*) 14,4 см; *б*) 14,4 см; *в*) 10,8 см; *г*) 7,2 см; *д*) 7,2 см; *е*) 12 см; *ж*) 7,2 см. **6**. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC, в котором $AB=6$ см, $BC=8$ см, $\angle ABC=90°$. Высота призмы равна 12 см, точка M делит ребро AA_1 в отношении $AM:MA_1=2:1$. Найдите расстояние до плоскости BMC от точки: *а*) B_1; *б*) K − середины ребра B_1C_1; *в*) P − середины ребра A_1B_1; *г*) L − середины ребра A_1C_1; *д*) A; *е*) A_1; *ж*) F − точки пересечения медиан треугольника $A_1B_1C_1$; *з*) O − точки пересечения прямых BC_1 и B_1C. Ответ: *а*) 7,2 см; *б*) 7,2 см; *в*) 2,4 см; *г*) 2,4 см; *д*) 4,8 см; *е*) 2,4 см; *ж*) 3,2 см; *з*) 3,6 см.

Прямая призма с произвольным треугольником в основании

7. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является треугольник ABC, в котором $AB=13$ см, $BC=21$ см, $AC=20$ см. Высота призмы равна 32 см, точка M − середина ребра AA_1. Найдите расстояние до плоскости BMC от точки: *а*) B_1; *б*) K − середины ребра B_1C_1; *в*) P − середины ребра A_1B_1; *г*) A; *д*) A_1; *е*) F − точки пересечения медиан треугольника ABC; *ж*) O − точки пересечения прямых BC_1 и B_1C. Ответ: *а*) 19,2 см; *б*) 19,2 см; *в*) 14,4 см; *г*) 9,6 см; *д*) 9,6 см; *е*) 3,2 см; *ж*) 9,6 см. **8**. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является треугольник ABC, в котором $AB=13$ см, $BC=21$ см, $AC=20$ см. Высота призмы равна 12 см, точка M делит ребро AA_1 в отношении $AM:MA_1=3:1$. Найдите расстояние до плоскости BMC от точки: *а*) B_1; *б*) K − середины ребра B_1C_1; *в*) P − середины ребра A_1B_1; *г*) L − середины ребра

A_1C_1; *д*) A; *е*) A_1; *ж*) F − точки пересечения медиан треугольника ABC; *з*) O − точки пересечения прямых BC_1 и B_1C. Ответ: *а*) 9,6 см; *б*) 9,6 см; *в*) 6 см; *г*) 6 см; *д*) 7,2 см; *е*) 2,4 см; *ж*) 2,4 см; *з*) 4,8 см.

Куб

9. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно $4\sqrt{6}$ см, точка M − середина ребра AA_1. Найдите расстояние до плоскости D_1MB_1 от точки: *а*) A_1; *б*) A; *в*) C; *г*) K − середины ребра B_1C_1; *д*) O − точки пересечения прямых AC и BD; *е*) P − середины ребра AD; *ж*) F − середины ребра BB_1.Ответ: *а*) 4 см; *б*) 4 см; *в*) 2 см; *г*) 2 см; *д*) 8 см; *е*) 6 см; *ж*) 3 см. **10**. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 12 см, точка M − середина ребра A_1B_1, точка N − середина ребра AA_1. Найдите расстояние до плоскости D_1MN от точки: *а*) A_1; *б*) A; *в*) B_1; *г*) C; *д*) C_1; *е*) P − середины ребра BB_1. Ответ: *а*) 4 см; *б*) 4 см; *в*) 4 см; *г*) 16 см; *д*) 8 см; *е*) 8 см. **11**. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 6 см, точка M − середина ребра AD, точка N − середина ребра AB. Найдите расстояние до плоскости B_1MN от точки: *а*) A; *б*) A_1; *в*) C_1; *г*) C; *д*) B; *е*) P − середины ребра CC_1. Ответ: *а*) 2 см; *б*) 4 см; *в*) 4 см; *г*) 6 см; *д*) 2 см; *е*) 5 см. **12**. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 3 см, точка M − середина ребра AB, точка N − середина ребра D_1C_1. Найдите расстояние до плоскости A_1MN от точки: *а*) B; *б*) B_1; *в*) C_1; *г*) A. Ответ: *а*) 2 см; *б*) 4 см; *в*) 2 см; *г*) 2 см.

Правильная шестиугольная призма

13. Все ребра правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ равны $2\sqrt{2}$ см, точка M − середина ребра AA_1. Найдите расстояние до плоскости MB_1F_1 от точки: *а*) A_1; *б*) A; *в*) D_1; *г*) D; *д*) B; *е*) C_1; *ж*) F; *з*) E_1. Ответ: *а*) 1 см; *б*) 1 см; *в*) 3 см; *г*) 5 см; *д*) 2 см; *е*) 2 см; *ж*) 2 см; *з*) 2 см. **14**. Все ребра правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ равны $2\sqrt{21}$ см. Найдите расстояние до плоскости B_1MF_1 от точки: *а*) A_1; *б*) B_1; *в*) C; *г*) F; *д*) D; *е*) E; *ж*) D_1; *з*) E_1; *и*) M − середины ребра AA_1; *к*) K − середины ребра CC_1. Ответ: *а*) 6 см; *б*) 6 см; *в*) 6 см; *г*) 6 см; *д*) 12 см; *е*) 12 см; *ж*) 6 см; *з*) 6 см; *и*) 3 см; *к*) 3 см. **15**. Сторона основания правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ равна 15 см, высота призмы равна 10 см. Найдите расстояние до плоскости AB_1F_1 от точки: *а*) A_1; *б*) D; *в*) D_1; *г*) B; *д*) E_1; *е*) M − середины ребра DD_1; *ж*) K − середины ребра CC_1. Ответ: *а*) 6 см; *б*) 24 см; *в*) 18 см; *г*) 6 см; *д*) 12 см; *е*) 21 см; *ж*) 15 см.

Треугольная пирамида

16. Ребро правильного тетраэдра $DABC$ равно 12 см, точка M − середина ребра CD. Найдите расстояние до плоскости AMB от точки: *а*) C; *б*) D; *в*) P − середины ребра BC; *г*) E − середины ребра AD; *д*) O − точки пересечения медиан треугольника ABD. Ответ: *а*) 6 см; *б*) 6 см; *в*) 3 см; *г*) 3 см; *д*) 2 см. **17**. Основанием треугольной пирамиды $DABC$ является равнобедренный треугольник ABC, в котором $AB = AC = 13$ см, $BC = 24$ см. Известно, что $DA = 6$ см, $DB = DC = 13$ см, точка M − середина ребра BD, точка K − середина ребра AB, точка N − середина ребра CD. Найдите расстояние до плоскости KMN от точки: *а*) D; *б*) B; *в*) P − середины ребра BC; *г*) E − середины ребра AD. Ответ: *а*) 2 см; *б*) 2 см; *в*) 2 см; *г*) 2 см. **18**. Основанием треугольной пирамиды $DABC$ является прямоугольный треугольник ABC, в котором $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $\angle ABC = 90°$. Боковое ребро DA перпендикулярно плоскости основания и равно 4 см, точка M − середина ребра BD, точка N − середина ребра CD. Найдите расстояние до плоскости AMN от точки: *а*) D; *б*) B; *в*) P − середины ребра BC; *г*) E − середины ребра AB; *д*) F − середины ребра AD; *е*) O − точки пересечения медиан треугольника ABC. Ответ: *а*) 4,8 см; *б*) 4,8 см; *в*) 4,8 см; *г*) 2,4 см; *д*) 2,4 см; *е*) 3,2 см. **19**. Все плоские углы при вершине A треугольной пирамиды $DABC$ − прямые, $DA = 6$ см, $CD = 10$ см, точка M − середина ребра CD, точка K − середина ребра AC, точка N − середина ребра CB. Найдите расстояние до плоскости KMN от точки: *а*) D; *б*) B; *в*) A; *г*) C; *д*) P − середины ребра AD; *е*) E − середины ребра BD; *ж*) F − середины ребра AB. Ответ: *а*) 4 см; *б*) 4 см; *в*) 4 см; *г*) 4 см; *д*) 4 см; *е*) 4 см; *ж*) 4 см.

Четырехугольная пирамида

20. Сторона основания $ABCD$ правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ равна 12 см и равна боковому ребру пирамиды, точка M − середина ребра PA. Найдите расстояние до плоскости BMD от точки: *а*) A; *б*) P; *в*) C; *г*) T − середины ребра PC; *д*) K − середины ребра BP; *е*) E − середины ребра CB. Ответ: *а*) 6 см; *б*) 6 см; *в*) 6 см; *г*) 6 см; *д*) 3 см; *е*) 3 см. **21**. Сторона основания $ABCD$ правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ равна 12 см, боковое ребро пирамиды равно $6\sqrt{5}$ см, точка M − середина ребра PD, точка N − середина ребра PC. Найдите расстояние до плоскости AMN от точки: *а*) C; *б*) D; *в*) P; *г*) T − середины ребра BC; *д*) K − середины ребра BP; *е*) L − точки пересечения медиан треугольника ABP; *ж*) O − точки пересечения прямых AC и BD. Ответ: *а*) 6 см; *б*) 6 см; *в*) 6 см; *г*) 3 см; *д*) 3 см; *е*) 4 см; *ж*) 3 см. **22**. Основанием четырехугольной пирамиды $PABCD$ является ромб $ABCD$, в котором $AC=6$ см, $BD=8$ см. Боковое ребро PA перпендикулярно плоскости основания пирамиды и равно 4 см. Найдите расстояние до плоскости BPD от точки: *а*) A; *б*) C; *в*) K − середины ребра AP; *г*) T − середины ребра PC; *д*) L − середины ребра AB; *е*) E − середины ребра BC. Ответ: *а*) 4,8 см; *б*) 4,8 см; *в*) 2,4 см; *г*) 2,4 см; *д*) 2,4 см; *е*) 2,4 см.

Задание 16.2. Угол между прямой и плоскостью

1. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $4\sqrt{3}$ см, высота призмы равна 16 см, точка M − середина ребра AA_1. Найдите угол между плоскостью BMC и прямой: *а*) KM, где K − середина ребра B_1C_1; *б*) PM, где P − середина ребра A_1B_1; *в*) AM; *г*) A_1M; *д*) FM, где F − точка пересечения медиан треугольника $A_1B_1C_1$. Ответ: *а*) $\arcsin 0{,}96$; *б*) $\arcsin\left(0{,}6\sqrt{2}\right)$; *в*) $\arcsin 0{,}6$ см; *г*) $\arcsin 0{,}6$; *д*) $\arcsin\left(0{,}4\sqrt{5}\right)$. **2**. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $8\sqrt{3}$ см, высота призмы равна 21 см, точка M делит ребро AA_1 в отношении $AM:MA_1=3:4$. Найдите угол между плоскостью BMC и прямой: *а*) KM, где K − середина ребра B_1C_1; *б*) PM, где P − середина ребра A_1B_1; *в*) AM; *г*) A_1M. Ответ: *а*) $\arcsin\left(0{,}7\sqrt{2}\right)$; *б*) $\arcsin\left(0{,}55\sqrt{3}\right)$; *в*) $\arcsin 0{,}8$; *г*) $\arcsin 0{,}8$. **3**. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $10\sqrt{3}$ см, высота призмы равна 10 см, точка M − середина ребра A_1B_1, точка E − середина ребра A_1C_1, точка P − середина ребра AB, точка K − середина ребра B_1C_1. Найдите угол между плоскостью BME и прямой: *а*) KM; *б*) KB; *в*) PM; *г*) PB; *д*) PC; *е*) PE; *ж*) AC; *з*) AM; *и*) A_1E; *к*) A_1B. Ответ: *а*) $\arcsin\left(0{,}4\sqrt{3}\right)$; *б*) $\arcsin\frac{6\sqrt{7}}{35}$ см; *в*) $\arcsin 0{,}6$; *г*) $\arcsin\left(0{,}4\sqrt{3}\right)$; *д*) $\arcsin 0{,}4$; *е*) $\arcsin\frac{6\sqrt{7}}{35}$; *ж*) $\arcsin\left(0{,}4\sqrt{3}\right)$; *з*) $\arcsin\frac{12\sqrt{7}}{35}$ см; *и*) $\arcsin\left(0{,}4\sqrt{3}\right)$; *к*) $\arcsin 0{,}3$. **4**. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $10\sqrt{3}$ см, высота призмы равна 20 см, точка M − середина ребра A_1B_1, точка E − середина ребра A_1C_1, точка T − середина ребра BB_1, точка P − середина ребра AB, точка K − середина ребра B_1C_1. Найдите угол между плоскостью TME и прямой: *а*) KM; *б*) KT; *в*) BT; *г*) BM; *д*) BE; *е*) PT; *ж*) PM; *з*) PE; *и*) AT; *к*) AE. Ответ: *а*) $\arcsin\left(0{,}4\sqrt{3}\right)$; *б*) $\arcsin\frac{6\sqrt{7}}{35}$ см; *в*) $\arcsin 0{,}6$; *г*) $\arcsin\frac{6\sqrt{19}}{95}$; *д*) $\arcsin 0{,}24$; *е*) $\arcsin\frac{12\sqrt{7}}{35}$; *ж*) $\arcsin 0{,}6$; *з*) $\arcsin\frac{12\sqrt{19}}{95}$ см; *и*) $\arcsin\frac{18\sqrt{19}}{95}$; *к*) $\arcsin 0{,}9$.

Задание 16.3. Расстояние между скрещивающимися прямыми

1. Сторона основания правильной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 12 см, высота призмы равна 8 см, точка M − середина ребра BC, точка P − середина ребра B_1C_1. Найдите расстояние между скрещивающимися прямыми: *а*) A_1P и AB_1; *б*) A_1P и B_1M; *в*) CP и AB_1; *г*) CP и AM; *д*) A_1C и AB_1; *е*) A_1C и AM; *ж*) A_1C и MB_1. Ответ: *а*) 4,8 см; *б*) 4,8 см; *в*) 4,8 см; *г*) 4,8 см; *д*) 4,8 см; *е*)

ЯГУБОВ.РФ

4,8 см; *ж*) 4,8 см. **2**. Сторона основания правильной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $8\sqrt{3}$ см, высота призмы равна 8 см, точка M − середина ребра A_1B_1, точка P − середина ребра B_1C_1, точка E − середина ребра AB, точка F − середина ребра BC. Найдите расстояние между скрещивающимися прямыми: *а*) A_1C и BM; *б*) A_1C и BP; *в*) EF и BM; *г*) EF и BP; *д*) FC_1 и MP; *е*) FC_1 и BM; *ж*) A_1E и MP; *з*) A_1E и $BP\ BP$; *и*) A_1F и BM; *к*) A_1F и BP; *л*) A_1F и MP; *м*) EC_1 и BM; *н*) EC_1 и MP; *о*) EC_1 и BP. Ответ: *а*) 4,8 см; *б*) 4,8 см; *в*) 4,8 см; *г*) 4,8 см; *д*) 4,8 см; *е*) 4,8 см; *ж*) 4,8 см; *з*) 4,8 см; *и*) 4,8 см; *к*) 4,8 см; *л*) 4,8 см; *м*) 4,8 см; *н*) 4,8 см; *о*) 4,8 см. **3**. Сторона основания правильной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $5\sqrt{3}$ см, высота призмы равна 5 см, точка M − середина ребра A_1B_1, точка P − середина ребра B_1C_1, точка E − середина ребра AB, точка F − середина ребра BC. Найдите расстояние между скрещивающимися прямыми: *а*) A_1C и BM; *б*) A_1C и BP; *в*) EF и BM; *г*) EF и BP; *д*) FC_1 и MP; *е*) FC_1 и BM; *ж*) A_1E и MP; *з*) A_1E и $BP\ BP$; *и*) A_1F и BM; *к*) A_1F и BP; *л*) A_1F и MP; *м*) EC_1 и BM; *н*) EC_1 и MP; *о*) EC_1 и BP. Ответ: *а*) 3 см; *б*) 3 см; *в*) 3 см; *г*) 3 см; *д*) 3 см; *е*) 3 см; *ж*) 3 см; *з*) 3 см; *и*) 3 см; *к*) 3 см; *л*) 3 см; *м*) 3 см; *н*) 3 см; *о*) 3 см.

Задание 16.4. Прямоугольный параллелепипед

1.1. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что $A_1E:EA=3:1$. Точка T – середина ребра B_1C_1. Известно, что $AB=2\sqrt{2}$, $AD=6$, $AA_1=8$. 1) Найдите, в каком отношении плоскость ETD_1 делит ребро BB_1. 2) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ETD_1. **Ответ:** 1) $B_1F:FB=3:5$; 2) 22,5. **1.2.** На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что $A_1E:EA=8:1$, а на ребре BB_1 – точка F так, что $B_1F:FB=4:5$. Известно, что $AB=3\sqrt{2}$, $AD=16$, $AA_1=18$. 1) Найдите, в каком отношении плоскость EFD_1 делит ребро B_1C_1. 2) Найдите угол между плоскостью EFD_1 и плоскостью $A_1B_1C_1$. **Ответ:** 1) $B_1T:TC_1=1:1$; 2) $\arccos\frac{3\sqrt{2}}{10}$. **1.3.** На ребре BB_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка F так, что $B_1F:FB=3:4$. Точка T – середина ребра B_1C_1. Известно, что $AB=4\sqrt{2}$, $AD=12$, $AA_1=14$. 1) Найдите, в каком отношении плоскость FTD_1 делит ребро AA_1. 2) Найдите угол между плоскостью FTD_1 и плоскостью AA_1B_1. **Ответ:** 1) $A_1E:EA=6:1$; 2) $\arccos\frac{2\sqrt{2}}{5}$. **1.4.** На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что $A_1E:EA=5:3$, на ребре BB_1 – точка F так, что $B_1F:FB=5:11$, а точка T – середина ребра B_1C_1. Известно, что $AB=6\sqrt{2}$, $AD=10$, $AA_1=16$. 1) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1. 2) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью BB_1C_1. **Ответ:** 1) $B_1F:FB=5:11$; 2) $\arccos\frac{5}{13}$.