

Задача 5.1. (1 балл) Алёша задумал число. Он прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил 2. Какое число задумал Алёша?

Задача 5.2. а) (1 балл) На окружности даны 100 точек. Кузнечик прыгает по точкам через одну по часовой стрелке. Сколько всего точек он посетит?

А если он прыгает через б) (2 балла) 3; в) (3 балла) 7; г) (3 балла) 2 точки?

Задача 5.3. Киты и слоны сидят за круглым столом, всего 100 животных, причем китов больше половины. Верно ли, что:

а) (2 балла) найдутся кит и слон, между которыми ровно одно животное;

б) (3 балла) найдутся кит и слон, между которыми ровно два животных;

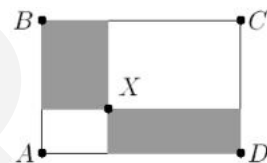
в) (4 балла) найдутся кит и слон, между которыми ровно семь животных;

г) (4 балла) найдутся два кита, между которыми ровно трое животных?

Задача 5.4. Прямоугольник $ABCD$ разбит двумя прямыми, пересекающимися в точке X , на 4 прямоугольника (см. рис.).

а) (1 балл) Докажите, что если X лежит на диагонали AC , то площади закрашенных прямоугольников равны.

б) (4 балла) Пусть площади закрашенных прямоугольников равны. Обязательно ли тогда X лежит на диагонали AC ?



Задача 5.5. Дана белая полоска а) (2 балла) 1×15 ; б) (2 балла) 1×20 клеток. Двое по очереди окрашивают 1 или 2 соседние белые клетки. Проигрывает тот, кому нечего окрашивать. Кто может обеспечить себе победу?

Задача 5.6. (2 балла) Найдите возможные значения дроби $\frac{K \cdot A \cdot P \cdot L \cdot C \cdot O \cdot H}{B \cdot A \cdot P \cdot E \cdot H \cdot B \cdot E}$ (разные буквы заменяют разные цифры).

Задача 5.7. а) (2 балла) Робот за ход сдвигается на шахматной доске 8×8 из клетки в соседнюю (по стороне). Некто отметил на доске две клетки А и Б. Хватит ли роботу 14 ходов, чтобы попасть из А в Б?

б) (2 балла) Всегда ли хватит 13?

в) (4 балла) В каждую клетку доски 8×8 записали по числу от 1 до 64 (без повторений). Докажите: найдутся две соседние (по стороне) клетки, числа в которых отличаются хотя бы на 5.

Задача 5.8. (1 балл) Несколько ребят пили чай с 36 конфетами. Дима сказал: «Я сумею так разделить конфеты, что у каждого будет не больше 5 конфет». Вова ответил: «А я могу так разделить конфеты, что каждому хоть что-то достанется и при этом число конфет у всех будет разным!». Сколько ребят пили чай?

Дополнительные задачи

Задача 5.9. (5 баллов) Ваня, Витя и Митя играют в настольный теннис. В каждой партии играют два школьника. Тот, кто не принимает участия в данной партии, в следующей игре играет с победителем (ничьих в теннисе не бывает). В результате Ваня сыграл 10 партий, а Витя — 21. Сколько партий сыграл Митя?



Задача 5.10. (5 баллов) Докажите, что у правильной пятиконечной звезды, изображенной на рисунке справа, закрашена ровно половина площади.

Задача 5.11. а) (5 баллов) Король объявил сотне мудрецов, что устроит им испытание. Мудрецам завяжут глаза, наденут каждому на голову чёрный, белый или синий колпак, построят в колонну и развяжут глаза. Затем мудрецы по очереди, начиная с последнего, будут называть цвет своего колпака. Кто ошибётся — тому голову с плеч. Сколько мудрецов гарантированно может спастись? (Каждый видит всех впереди стоящих; у мудрецов до испытания есть время, чтобы договориться.)

б) (5 баллов) А если колпаки 10 цветов?