

## Вариант 15519

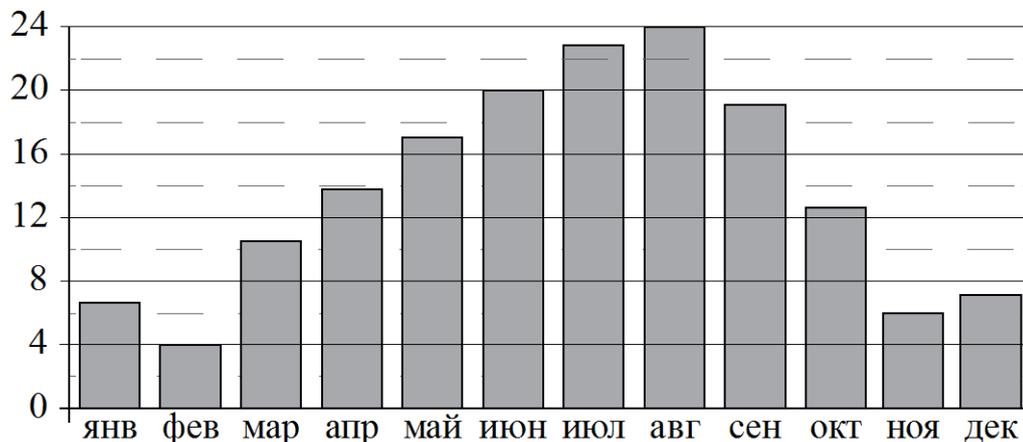
*Ответом к заданиям 1–14 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

### Часть 1

- 1 В городе N живёт 150 000 жителей. Среди них 15% детей и подростков. Среди взрослых 45% не работают (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами. Ответ дайте в градусах Цельсия.

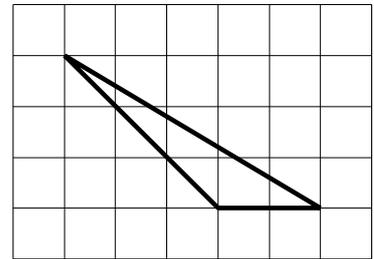


Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** При строительстве сельского дома можно использовать один из двух типов фундамента: каменный или бетонный. Для каменного фундамента необходимо 9 тонн природного камня и 13 мешков цемента. Для бетонного фундамента необходимо 8 тонн щебня и 57 мешков цемента. Тонна камня стоит 1700 рублей, щебень стоит 700 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 220 рублей. Сколько рублей будет стоить материал для фундамента, если выбрать наиболее дешёвый вариант?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

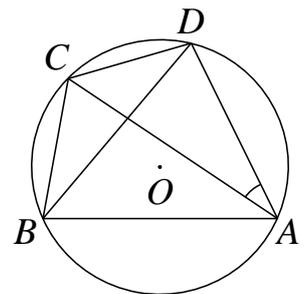
**5** В фирме такси в наличии 60 легковых автомобилей; 27 из них чёрного цвета с жёлтыми надписями на боках, остальные — жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Найдите корень уравнения  $(6x - 13)^2 = (6x - 11)^2$ .

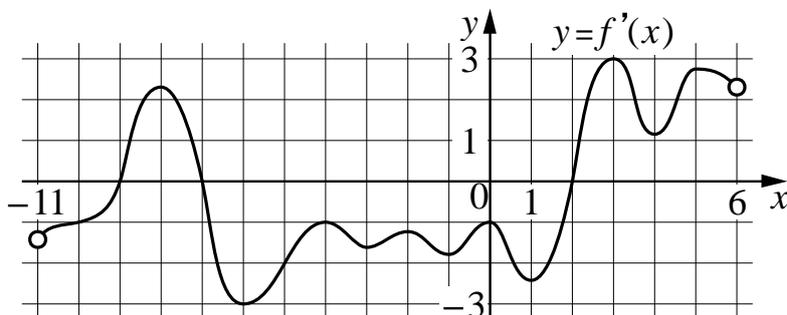
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $82^\circ$ , угол  $ABD$  равен  $47^\circ$ . Найдите угол  $CAD$ . Ответ дайте в градусах.



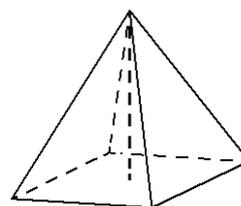
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-11; 6)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-6; 4]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 В правильной четырёхугольной пирамиде боковое ребро равно 7,5, а сторона основания равна 10. Найдите высоту пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

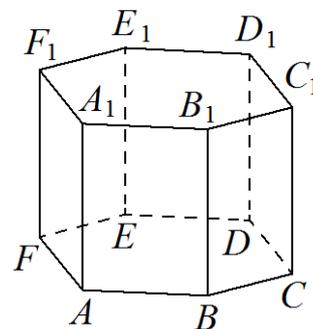
- 10 Найдите значение выражения  $7\sqrt{2} \sin \frac{15\pi}{8} \cdot \cos \frac{15\pi}{8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 2$  моля воздуха объёмом  $V_1 = 10$  л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ , где  $\alpha = 13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \times \text{К}}$  — постоянная, а  $T = 300$  К — температура воздуха. Найдите, какой объём  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15 960 Дж.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины  $A, C, D, F, A_1, C_1, D_1, F_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 11.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13 Первая труба пропускает на 8 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 180 литров она заполняет на 8 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 14 Найдите точку максимума функции  $y = (x - 5)^2 \cdot e^{x-7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

**Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 15 а) Решите уравнение

$$6 \sin^2 x + 5 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$ .

- 16 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $SA$  равно 4. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5:1, считая от точки  $C$ .

б) Найдите периметр многоугольника, являющегося сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

17

Решите неравенство  $\frac{2^x}{2^x-3} + \frac{2^x+1}{2^x-2} + \frac{5}{4^x-5 \cdot 2^x+6} \leq 0$ .

18

Две окружности касаются внутренним образом в точке  $K$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда  $MN$  большей окружности касается меньшей в точке  $C$ . Хорды  $KM$  и  $KN$  пересекают меньшую окружность в точках  $A$  и  $B$  соответственно, а отрезки  $KC$  и  $AB$  пересекаются в точке  $L$ .

а) Докажите, что  $CN:CM = LB:LA$ .

б) Найдите  $MN$ , если  $LB:LA = 2:3$ , а радиус малой окружности равен  $\sqrt{23}$ .

19

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите  $r$ , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший — не менее 0,6 млн рублей.

20

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25|, \\ x - y = a \end{cases}$$

имеет более одного решения.

21

На доске было написано 20 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Вместо некоторых из чисел (возможно, одного) на доске написали числа, меньшие первоначальных на единицу. Числа, которые после этого оказались равными 0, с доски стёрли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел на доске увеличилось?

б) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 27. Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться равным 34?

в) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 27. Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.