

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор
ФГБНУ «Федеральный институт
педагогических измерений»


О.А. Решетникова
« 08 » ноября 2015 г.

«СОГЛАСОВАНО»
Председатель
Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике


А.Л. Семенов
« 09 » ноября 2015 г.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
единого государственного экзамена 2016 года
по математике

Базовый уровень

Подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Пояснения к демонстрационному варианту
контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2016 года
по МАТЕМАТИКЕ**

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать представление о структуре будущих контрольных измерительных материалов, количестве заданий, об их форме и уровне сложности.

В демонстрационном варианте представлено по несколько примеров заданий на каждую позицию экзаменационной работы. В реальных вариантах экзаменационной работы на каждую позицию будет предложено только одно задание.

Задания демонстрационного варианта не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в контрольные измерительные материалы в 2016 г.

**Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
для проведения в 2016 году единого государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ**

Базовый уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются по приведённым ниже образцам в виде числа или последовательности цифр. Сначала запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания.

КИМ

Ответ: -0,6.

5	-	0	,	6															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

Если ответом является последовательность цифр, как в приведённом ниже примере, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

КИМ

Ответ:

А	Б	В	Г
4	3	1	2

9	4	3	1	2															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращенного умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Степень и логарифм

Свойства степени
при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма
при $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

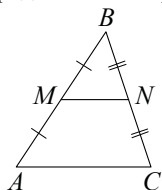
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a b^k = k \log_a b$$

Геометрия

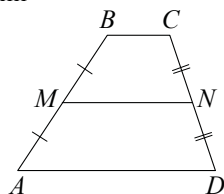
Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.

$$MN \parallel AC$$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



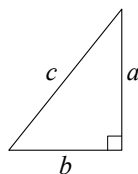
$$BC \parallel AD$$

MN — ср. лин.

$$MN \parallel AD$$

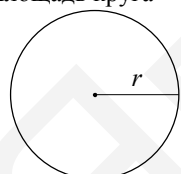
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Теорема Пифагора



$$a^2 + b^2 = c^2$$

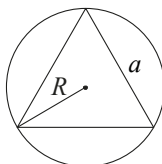
Длина окружности
Площадь круга



$$C = 2\pi r$$

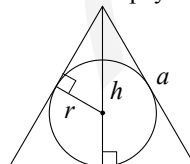
$$S = \pi r^2$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

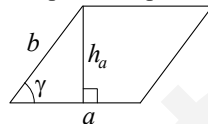


$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Площади фигур

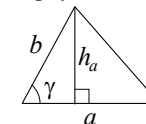
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

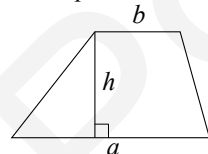
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

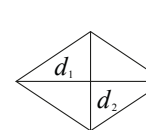
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Ромб

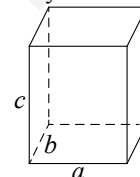


d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

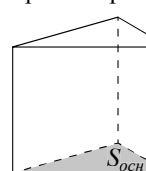
Площади поверхностей и объёмы тел

Прямоугольный параллелепипед



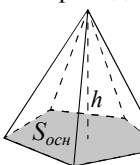
$$V = abc$$

Прямая призма



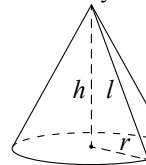
$$V = S_{осн} h$$

Пирамида



$$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

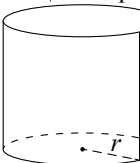
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = \pi r l$$

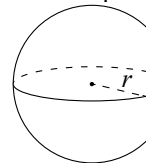
Цилиндр



$$V = \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = 2\pi r h$$

Шар

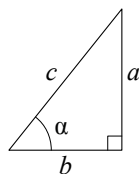


$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

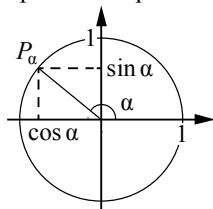


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность

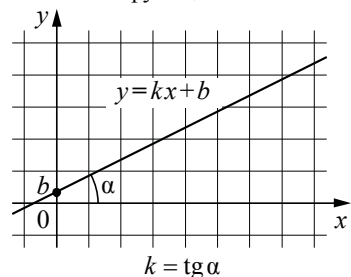
Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

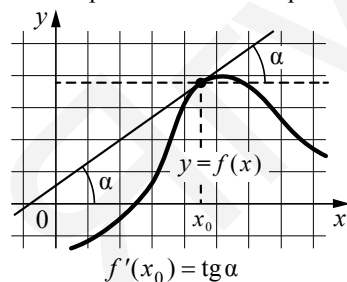
α	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной



Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Сначала запишите ответ к заданию в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Вычислите: $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + 2$.

Ответ: _____.

или

Вычислите: $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot 6$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $\frac{0,24 \cdot 10^6}{0,6 \cdot 10^4}$.

Ответ: _____.

или

Найдите значение выражения $\frac{2^6 \cdot 3^8}{6^5}$.

Ответ: _____.

3 Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

Ответ: _____.

или

ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы не сдавали экзамена по физике?

Ответ: _____.

4 Найдите m из равенства $F = ma$, если $F = 84$ и $a = 12$.

Ответ: _____.

или

Найдите v_0 из равенства $v = v_0 + at$, если $v = 20$, $t = 2$ и $a = 7$.

Ответ: _____.

или

Найдите S из равенства $S = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$, если $v_0 = 6$, $t = 2$, $a = -2$.

Ответ: _____.

5 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Ответ: _____.

или

Найдите значение выражения $(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1)$.

Ответ: _____.

или

Найдите значение выражения $5^{\log_5 6 + 1}$.

Ответ: _____.

6 Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

Ответ: _____.

или

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 2 килограмма моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

Ответ: _____.

или

Для ремонта требуется 63 рулона обоев. 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов. Какое минимальное количество пачек обойного клея нужно купить для такого ремонта?

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $3^{x-3} = 81$.

Ответ: _____.

или

Найдите корень уравнения $\log_2(x-3) = 6$.

Ответ: _____.

или

Найдите отрицательный корень уравнения $x^2 - x - 6 = 0$.

Ответ: _____.

8 Участок земли для строительства санатория имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 900 м и 400 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль моря, а три остальные стороны нужно отгородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

или

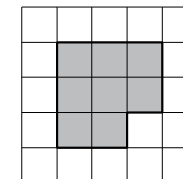
Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?

Ответ: _____.

или

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1 \text{ м} \times 1 \text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.



9

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) рост ребёнка	1) 32 км
Б) толщина листа бумаги	2) 30 м
В) протяжённость автобусного маршрута	3) 0,2 мм
Г) высота жилого дома	4) 110 см

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

или

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) масса взрослого человека	1) 8 т
Б) масса грузового автомобиля	2) 5 г
В) масса книги	3) 65 кг
Г) масса пуговицы	4) 300 г

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

10

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

Ответ: _____.

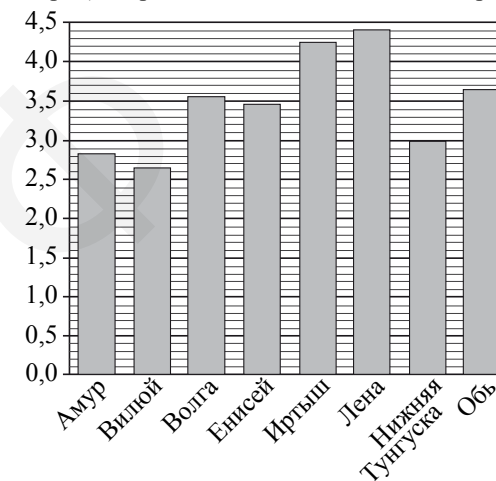
или

Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

Ответ: _____.

11

На диаграмме приведены данные о длине восьми крупнейших рек России (в тысячах километров). Первое место по длине занимает река Лена.



На каком месте по длине находится река Амур?

Ответ: _____.

или

В таблице показано распределение медалей на XXII Зимних Олимпийских играх в Сочи среди команд, занявших первые 10 мест по количеству золотых медалей.

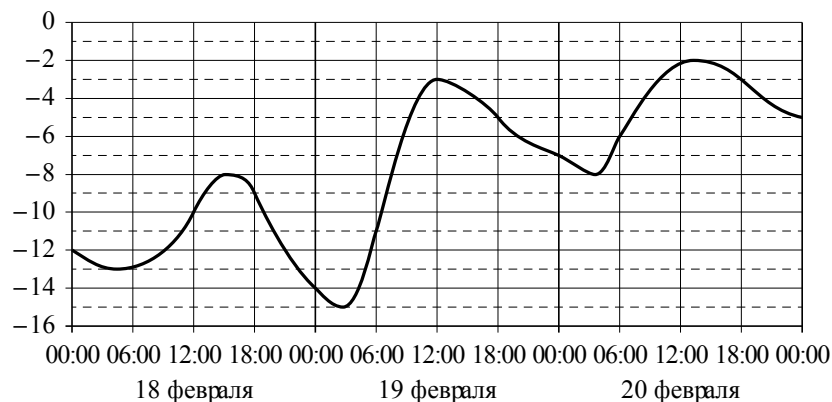
Места	Команды	Медали			
		Золотые	Серебряные	Бронзовые	Всего
1	Россия	13	11	9	33
2	Норвегия	11	5	10	26
3	Канада	10	10	5	25
4	США	9	7	12	28
5	Нидерланды	8	7	9	24
6	Германия	8	6	5	19
7	Швейцария	6	3	2	11
8	Белоруссия	5	0	1	6
9	Австрия	4	8	5	17
10	Франция	4	4	7	15

Определите с помощью таблицы, сколько серебряных медалей у команды, занявшей второе место по количеству золотых медалей.

Ответ: _____.

ИЛИ

На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. На горизонтальной оси отмечается число, месяц, время суток в часах; на вертикальной оси — значение температуры в градусах Цельсия.



Определите по графику наибольшую температуру воздуха 19 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

12

Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Номер переводчика	Язык	Стоимость услуг (руб. в день)
1	Немецкий, испанский	7000
2	Английский, немецкий	6000
3	Английский	3000
4	Английский, французский	6000
5	Французский	2000
6	Испанский	4000

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют четырьмя иностранными языками: английским, немецким, французским и испанским, а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000 рублей в день.

В ответе укажите ровно один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

ИЛИ

Турист подбирает себе экскурсии. Сведения об экскурсиях представлены в таблице.

Номер экскурсии	Посещаемый объект	Стоимость (руб.)
1	Крепость, загородный дворец	350
2	Музей живописи	100
3	Парк	150
4	Парк, музей живописи	300
5	Парк, крепость	300
6	Загородный дворец	200

Пользуясь таблицей, выберите экскурсии так, чтобы турист посетил четыре объекта: крепость, загородный дворец, парк и музей живописи, а суммарная стоимость экскурсий не превышала 600 рублей.

В ответе укажите ровно один набор номеров экскурсий без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

ИЛИ

Строительная фирма планирует купить 70 м³ пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2600	10 000	Нет
Б	2800	8000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	2700	8000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная

Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

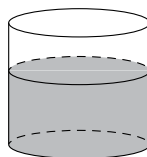
Ответ: _____.

13

В сосуд цилиндрической формы была налита вода до уровня 80 см. Её перелили во второй цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у первого. На каком уровне будет вода во втором сосуде?

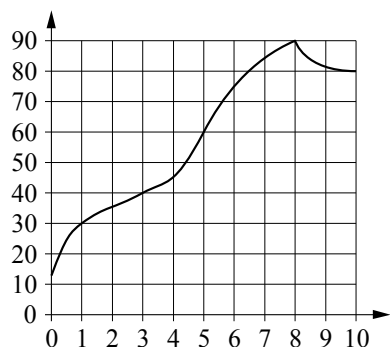
Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.



14

На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя; на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА

- | | |
|--------------|---------------------------------------|
| А) 0–2 мин. | 1) Температура росла медленнее всего. |
| Б) 2–4 мин. | 2) Температура падала. |
| В) 4–6 мин. | 3) Температура росла быстрее всего. |
| Г) 8–10 мин. | 4) Температура не превышала 40 °С. |

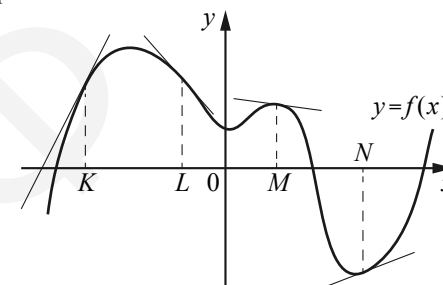
В таблице под каждой буквой, соответствующей интервалу времени, укажите номер характеристики процесса.

Ответ:

А	Б	В	Г

ИЛИ

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, к которому проведены касательные в четырёх точках.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ

ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

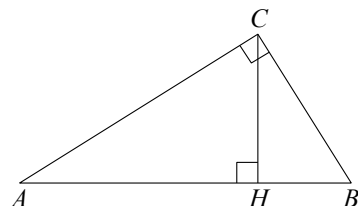
- | | |
|-----|---------------------|
| K | 1) $-\frac{2}{15}$ |
| L | 2) 2 |
| M | 3) $\frac{5}{13}$ |
| N | 4) $-1\frac{2}{15}$ |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

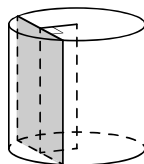
K	L	M	N

- 15 В треугольнике ABC угол ACB равен 90° , $\cos A = 0,8$, $AC = 4$. Отрезок CH — высота треугольника ABC (см. рисунок). Найдите длину отрезка AH .



Ответ: _____.

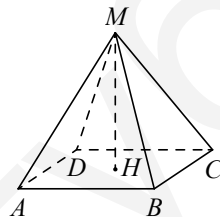
- 16 Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая равна 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.



Ответ: _____.

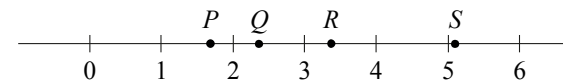
ИЛИ

Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а боковое ребро равно $\sqrt{17}$.



Ответ: _____.

- 17 На прямой отмечены точки P , Q , R и S .



Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.

ТОЧКИ

P

Q

R

S

ЧИСЛА

1) $\log_2 10$

2) $\frac{7}{3}$

3) $\sqrt{26}$

4) $0,6^{-1}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

P	Q	R	S

ИЛИ

Каждому из четырёх неравенств слева соответствует одно из решений, изображённых на координатной прямой справа.

Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

А) $x(1-x) > 0$

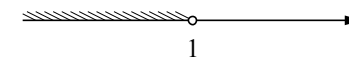
Б) $1-x > 0$

В) $(1-x)^2 > 0$

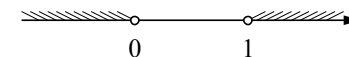
Г) $x(1-x) < 0$

РЕШЕНИЯ

1)



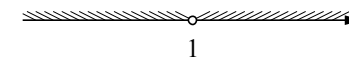
2)



3)



4)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

- 18** В городе Z в 2013 г. мальчиков родилось больше, чем девочек. Мальчиков чаще всего называли Андрей, а девочек — Мария. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

Среди рождённых в 2013 г. в городе Z:

- 1) девочек с именем Мария больше, чем с именем Светлана.
- 2) мальчиков с именем Николай больше, чем с именем Аристарх.
- 3) хотя бы одного из родившихся мальчиков назвали Андреем.
- 4) мальчиков с именем Андрей больше, чем девочек с именем Мария.

В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

или

Известно, что Витя выше Коли, Маша выше Ани, а Саша ниже и Коли, и Маши. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

- 1) Витя выше Саши.
- 2) Саша ниже Ани.
- 3) Коля и Маша одного роста.
- 4) Витя самый высокий из всех.

В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

- 19** Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9.

Ответ: _____.

- 20** Улитка за день заползает вверх по дереву на 3 м, а за ночь спускается на 2 м. Высота дерева 10 м. Через сколько дней улитка впервые окажется на вершине дерева?

Ответ: _____.

или

На кольцевой дороге расположены четыре бензоколонки: А, В, С и Д. Расстояние между А и В — 35 км, между А и С — 20 км, между С и Д — 20 км, между Д и А — 30 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги в кратчайшую сторону). Найдите расстояние между В и С. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

Система оценивания

Ответы к заданиям 1–20

Правильное решение каждого из заданий 1–20 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби, или последовательности цифр.

№ задания	Пример 1	Пример 2	Пример 3
1	2,65	3,2	
2	40	54	
3	17 400	50	
4	7	6	8
5	–0,6	51	30
6	6	20	11
7	7	67	–2
8	1700	120	8
9	4312	3142	
10	0,2	0,97	
11	7	5	–3
12	135; 153; 315; 351; 513; 531; 256; 265; 526; 562; 625; 652	123; 132; 213; 231; 312; 321; 256; 265; 526; 562; 625; 652	192 000
13	5		
14	4132	2413	
15	3,2		
16	180	16	
17	4213	3142	
18	13; 31	1	
19	578; 587; 758; 785; 857; 875		
20	8	15	