

LXXV МОСКОВСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

18 марта 2012 года • 10 класс

Задача 1. Алёша написал на доске 5 целых чисел — коэффициенты и корни квадратного трёхчлена. Боря стёр одно из них. Остались числа 2, 3, 4, −5 в каком-то порядке. Восстановите стёртое число и докажите, что было написано именно оно.

Задача 2. В клетках таблицы $n \times n$ стоят плюсы и минусы. За один ход разрешается в произвольной строке или в произвольном столбце поменять все знаки на противоположные. Известно, что из начальной расстановки можно получить такую, при которой во всех ячейках стоят плюсы. Докажите, что этого можно добиться не более чем за n ходов.

Задача 3. Из плоскости вырезали равносторонний треугольник. Можно ли оставшуюся часть плоскости замостить треугольниками, любые два из которых подобны, но не гомотетичны?

Задача 4. По кругу разложено чётное количество груш. Массы любых двух соседних отличаются не более, чем на 1 г. Докажите, что можно все груши объединить в пары и разложить по кругу таким образом, чтобы массы любых двух соседних пар тоже отличались не более, чем на 1 г.

Задача 5. Дан остроугольный треугольник ABC . Для произвольной прямой l обозначим через l_a, l_b, l_c прямые, симметричные l относительно сторон треугольника, а через I_l — центр вписанной окружности треугольника, образованного этими прямыми. Найдите геометрическое место точек I_l .

Задача 6. Рассмотрим граф, у которого вершины соответствуют всевозможным трёхэлементным подмножествам множества $\{1, 2, 3, \dots, 2^k\}$, а ребра проводятся между вершинами, которые соответствуют подмножествам, пересекающимся по ровно одному элементу. Найдите минимальное количество цветов, в которые можно раскрасить вершины графа так, чтобы любые две вершины, соединённые ребром, были разного цвета.

Десятая устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 8 апреля 2012 года.

Подробная информация на сайте <http://olympiads.mccme.ru/ustn/>

Заккрытие LXXV Московской математической олимпиады
пройдёт в воскресенье 1 апреля 2012 года в Главном здании МГУ.
Подробная информация на сайте <http://www.mccme.ru/mmo/>