

1. Кривая на плоскости в некоторой системе координат (декартовой) служит графиком функции $y = \sin x$. Может ли та же кривая являться графиком функции $y = \sin^2 x$ в другой системе координат: если да, то каковы ее начало координат и единицы длины на осях (относительно исходных координат и единиц длины)?
2. Верно ли, что любые 100 карточек, на которых написано по одной цифре 1, 2 или 3, встречающейся не более чем по 50 раз каждая, можно разложить в один ряд так, чтобы в нем не было фрагментов 11, 22, 33, 123 и 321?
3. Внутри треугольника ABC взята такая точка O , что

$$\angle ABO = \angle CAO, \quad \angle BAO = \angle BCO, \quad \angle BOC = 90^\circ.$$

Найдите отношение $AC : OC$.

4. При какой перестановке $a_1, a_2, \dots, a_{2011}$ чисел 1, 2, \dots , 2011 значение выражения

$$a_1^{a_2^{a_3^{\dots^{a_{2010}^{a_{2011}}}}}}$$

будет наибольшим?

5. По рёбрам треугольной пирамиды ползают четыре жука, при этом каждый жук всё время остается только в одной грани (в каждой грани — свой жук). Каждый жук обходит границу своей грани в определенном направлении, причем так, что любые два жука по общему для них ребру ползут в противоположных направлениях. Докажите, что если скорости (возможно, непостоянные) каждого из жуков всегда больше 1 см/с, то когда-нибудь какие-то два жука обязательно встретятся независимо от пирамиды, начального положения и скорости жуков.

1. Кривая на плоскости в некоторой системе координат (декартовой) служит графиком функции $y = \sin x$. Может ли та же кривая являться графиком функции $y = \sin^2 x$ в другой системе координат: если да, то каковы ее начало координат и единицы длины на осях (относительно исходных координат и единиц длины)?
2. Верно ли, что любые 100 карточек, на которых написано по одной цифре 1, 2 или 3, встречающейся не более чем по 50 раз каждая, можно разложить в один ряд так, чтобы в нем не было фрагментов 11, 22, 33, 123 и 321?
3. Внутри треугольника ABC взята такая точка O , что

$$\angle ABO = \angle CAO, \quad \angle BAO = \angle BCO, \quad \angle BOC = 90^\circ.$$

Найдите отношение $AC : OC$.

4. При какой перестановке $a_1, a_2, \dots, a_{2011}$ чисел 1, 2, \dots , 2011 значение выражения

$$a_1^{a_2^{a_3^{\dots^{a_{2010}^{a_{2011}}}}}}$$

будет наибольшим?

5. По рёбрам треугольной пирамиды ползают четыре жука, при этом каждый жук всё время остается только в одной грани (в каждой грани — свой жук). Каждый жук обходит границу своей грани в определенном направлении, причем так, что любые два жука по общему для них ребру ползут в противоположных направлениях. Докажите, что если скорости (возможно, непостоянные) каждого из жуков всегда больше 1 см/с, то когда-нибудь какие-то два жука обязательно встретятся независимо от пирамиды, начального положения и скорости жуков.