LXXI Московская математическая олимпиада

8 класс 09.03.2008

Задача №1. Верно ли, что к любому числу, равному произведению двух последовательных натуральных чисел, можно приписать в конце какие-то две цифры так, что получится квадрат натурального числа?

Задача №2. В кинотеатре **7** рядов по **10** мест каждый. Группа из **50** детей сходила на утренний сеанс, а потом на вечерний. Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду.

Задача №3. На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки K и M соответственно так, что $KM \parallel AC$. Отрезки AM и KC пересекаются в точке O. Известно, что $AK = AO$ и $KM = MC$. Докажите, что $AM = KB$.

Задача №4. Турнир, в котором участвовало **20** спортсменов, судили **10** арбитров. Каждый сыграл с каждым один раз, и каждую встречу судил ровно один арбитр. После окончания каждой игры оба участника фотографировались с арбитром. Через год после турнира была найдена стопка из всех этих фотографий (по фотографии неясно, кто на ней игроки, а кто — арбитр). Оказалось, что не про каждого можно определить, кем он является — спортсменом или арбитром. Сколько могло быть таких людей?

Задача №5. Поставьте на плоскости **9** точек так, чтобы никакие **4** не лежали на одной прямой, но из любых **6**-ти нашлись **3**, лежащие на одной прямой. *(На рисунке проведите все прямые, на которых лежат по три отмеченные точки.)*

Задача №6. У игрока есть M золотых и N серебряных монет. В начале каждого раунда игрок ставит какие-то монеты на красное, какие-то на чёрное (можно вообще ничего не ставить на один из цветов, часть монет можно никуда не ставить). В конце каждого раунда крупье объявляет, что один из цветов выиграл. Ставку на выигравший цвет крупье отдает игроку, удваивая в ней количество монет каждого вида, а ставку на проигравший цвет забирает себе.

Игрок хочет, чтобы монет одного вида у него стало ровно в три раза больше, чем другого (в частности, его устроит остаться совсем без денег). При каких M и N крупье не сможет ему помешать?

Закрытие олимпиады пройдёт 23.03.2008 в Главном здании МГУ. Начало в 9.00.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru

LXXI Московская математическая олимпиада
8 класс 09.03.2008
Задача №1. Верно ли, что к любому числу, равному произведению двух последовательных натуральных чисел, можно приписать в конце какие-то две цифры так, что получится квадрат натурального числа?
Задача №2. В кинотеатре 7 рядов по 10 мест каждый. Группа из 50 детей сходила на утренний сеанс, а потом на вечерний. Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду.
Задача №3. На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки K и M соответственно так, что KM ∥ AC. Отрезки AM и KC пересекаются в точке O. Известно, что AK = AO и KM = MC. Докажите, что AM = KB.
Задача №4. Турнир, в котором участвовало 20 спортсменов, судили 10 арбитров. Каждый сыграл с каждым один раз, и каждую встречу судил ровно один арбитр. После окончания каждой игры оба участника фотографировались с арбитром. Через год после турнира была найдена стопка из всех этих фотографий (по фотографии неясно, кто на ней игроки, а кто — арбитр). Оказалось, что не про каждого можно определить, кем он является — спортсменом или арбитром. Сколько могло быть таких людей?
Задача №5. Поставьте на плоскости 9 точек так, чтобы никакие 4 не лежали на одной прямой, но из любых 6-ти нашлись 3, лежащие на одной прямой. (На рисунке проведите все прямые, на которых лежат по три отмеченные точки.)
Задача №6. У игрока есть M золотых и N серебряных монет. В начале каждого раунда игрок ставит какие-то монеты на красное, какие-то на чёрное (можно вообще ничего не ставить на один из цветов, часть монет можно никуда не ставить). В конце каждого раунда крупье объявляет, что один из цветов выиграл. Ставку на выигравший цвет крупье отдает игроку, удваивая в ней количество монет каждого вида, а ставку на проигравший цвет забирает себе.
Игрок хочет, чтобы монет одного вида у него стало ровно в три раза больше, чем другого (в частности, его устроит остаться совсем без денег). При каких M и N крупье не сможет ему помешать?
Закрытие олимпиады пройдёт 23.03.2008 в Главном здании МГУ. Начало в 9.00.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru