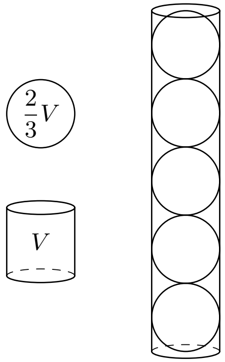
Конкурс по математике

В скобках указано, каким классам рекомендуется задача (причём не обязательно решать абсолютно все задачи своего класса); решать задачи более старших классов также разрешается.

1. (6–7) Можно ли заменить буквы цифрами в ребусе **ШЕ** $\cdot$ **СТЬ** $+1=$ **СЕ** $\cdot$ **МЬ** так, чтобы получилось верное равенство (разные буквы нужно заменять разными цифрами, одинаковые буквы — одинаковыми цифрами)?



2. (6–7) Ещё Архимед знал, что шар занимает ровно 2/3 объёма цилиндра, в который он вписан (шар касается стенок, дна и крышки цилиндра). В цилиндрической упаковке находятся 5 стоящих друг на друге шаров. Найдите отношение пустого места к занятому в этой упаковке.

3. (6–8) Боря и Миша едут в поезде и считают столбы за окном: «один, два, ...». Боря не выговаривает букву «Р», поэтому при счёте он пропускает числа, в названии которых есть буква «Р», а называет сразу следующее число без буквы «Р». Миша не выговаривает букву «Ш», поэтому пропускает числа с буквой «Ш». У Бори последний столб получил номер «сто». Какой номер этот столб получил у Миши?

4. (6–8) Покажите, как разрезать (*не обязательно* по линиям сетки) фигуру на рис. 1 на три равные части и сложить из этих частей правильный шестиугольник, изображённый на рис. 2. Оставлять дырки и накладывать части друг на друга нельзя.

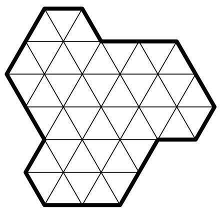


Рис. 1

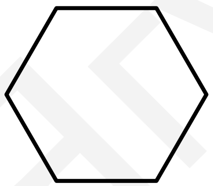


Рис. 2

5. (8–11) В саду растут яблони и груши — всего 7 деревьев (деревья обоих видов присутствуют). Ближе всех к каждому дереву растёт дерево того же вида и дальше всех от каждого дерева растёт дерево того же вида. Приведите пример того, как могут располагаться деревья в саду.

(*См. также условия задач на обороте*)

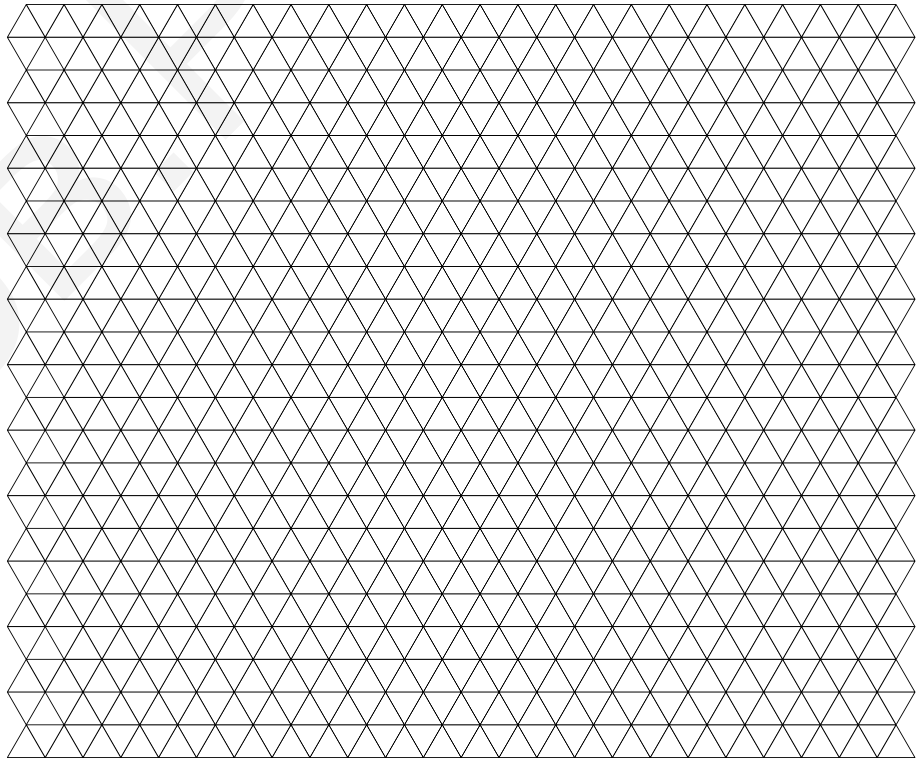
6. (8–11) Было 8 грузиков массами 1, 2, ..., 8 г. Один из них потерялся, а остальные выложили в ряд по возрастанию массы. Есть весы с лампочкой, при помощи которых можно проверить, имеют ли две группы грузиков одинаковую массу. Как за 3 проверки определить, какой именно грузик потерялся?

7. (9–11) Существуют ли такие целые положительные x и y, что

$$x^4 - y^4 = x^3 + y^3?$$

8. (9–11) На клетчатой бумаге проведена диагональ прямоугольника 1×4. Покажите, как, пользуясь только линейкой без делений, разделить этот отрезок на три равные части.

Место для черновика к задаче 4



Не забудьте **подписать** свою работу (указать номер карточки, фамилию, имя, школу, класс) и **сдать** её. Сдавать листок с условиями не нужно. Закрытие Турнира в Москве и Московском регионе, вручение грамот и призов состоится в воскресенье 26 декабря 2010 года во Втором гуманитарном корпусе МГУ. Условия задач, результаты участников (после 20 ноября) и решения будут опубликованы в Internet по адресу http://www.mccme.ru/olympiads/turlom/2010/ Тел. (499)241–12–37.