

**Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2014-15 гг.**

**Второй этап**

**15 декабря 2014 г. - 25 января 2015 г.**

**11 класс**

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**11.1.** Найти все решения в натуральных числах уравнения:  $x! + 9 = y^3$ .

**11.2.** Найти количество различных способов расстановки всех натуральных чисел от 1 до 9 включительно по одному в клетки таблицы размера 3 на 3 таких, что суммы чисел в каждой строке и каждом столбце равны. Таблицу нельзя поворачивать или отражать.

**11.3.** Рассмотрим все графики квадратичных функций вида  $y = x^2 + px + q$ , пересекающие оси координат в трех различных точках. Докажите, что все окружности, описанные вокруг треугольников с вершинами в этих точках, проходят через одну общую точку.

**11.4.** Длины сторон пятиугольника  $ABCDE$  равны 1. Пусть точки  $P, Q, R, S$  являются серединами сторон  $AB, BC, CD, DE$  соответственно, а точки  $K$  и  $L$  являются серединами отрезков  $PR$  и  $QS$  соответственно. Найти длину отрезка  $KL$ .

**11.5.** Докажите, что для произвольных вещественных чисел  $a, b, c, d, e$  выполняется неравенство  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e)$ .