

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2014-15 гг.

Первый этап

9 ноября 2014г

9 класс

Время выполнения работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. Одуванчик утром распускается, три дня цветет жёлтым, на четвёртый день утром становится белым, а к вечеру пятого дня облетает. В понедельник днем на поляне было 20 жёлтых и 14 белых одуванчиков, а в среду – 15 жёлтых и 11 белых. Сколько белых одуванчиков будет на поляне в субботу?

9.2. На классной доске написаны числа $1, 2, \dots, 2014$. Разрешается стереть любые два числа, записав вместо одного из них модуль их разность. Доказать, что многократным повторением такой операции нельзя добиться того, чтобы на доске остался один нуль.

9.3. Внутри полукруга радиуса 12 расположены круг радиуса 6, и маленький полукруг, касающиеся друг друга попарно, как показано на рисунке. Найти радиус маленького полукруга.

9.4. Дан треугольник ABC. На сторонах AB и BC взяты точки D и E соответственно таким образом, что угол ACB в два раза больше угла BED. Докажите, что $AC + EC > AD$.

9.5. а) Разбить все натуральные числа от 1 до 12 включительно на шесть пар, суммы чисел в которых являются шестью различными простыми числами.

б) Можно ли все натуральные числа от 1 до 22 включительно разбить на одиннадцать пар, суммы чисел в которых являются одиннадцатью различными простыми числами?