

Всесибирская олимпиада школьников 2012-2013 г.г. по математике

Заключительный этап

8 класс

Время написания заданий 4 астрономических часа Каждая задача оценивается в 7 баллов

8.1. Роман хочет купить футбольный клуб, яхту и небольшой особняк. Есть купить только футбольный клуб, то останется 2 миллиарда, если только яхту, то — 3 миллиарда, а если только особняк, то — 6 миллиардов. Сможет ли Роман купить клуб, яхту и особняк одновременно? Ответ обоснуйте.

8.2. Сергей расставил по кругу несколько (больше двух) попарно различных вещественных чисел так, что каждое число оказалось равно произведению своих соседей. Сколько чисел мог расставить Сергей?

8.3. Имеется двадцать одинаковых на вид монет, одна из них весит 9,9 г, две другие — по 9,8 г, а все оставшиеся — по 10 г. Можно ли за два взвешивания на чашечных весах без гирь выявить хотя бы одну десятиграммовую монету?

8.4. Даны треугольник ABC и такие точки D и E , что углы ADB и CEB прямые. Докажите, что длина отрезка DE не больше полупериметра треугольника ABC .

8.5. Миссис Хадсон и Доктор Ватсон загадали по натуральному числу. Каждый из них посчитал сумму всех делителей своего числа (включая 1 и само число) и сумму чисел, обратных к делителям. Когда Шерлок Холмс узнал, что и первые, и вторые суммы его друзей совпали, он сразу догадался, что миссис Хадсон и доктор Ватсон загадали одно и то же число. Докажите, что Шерлок Холмс прав.