

Всесибирская олимпиада школьников 2012-2013 г.г. по математике
Второй этап
9 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. Какие натуральные числа можно представить в виде дроби $\frac{x^2}{y^3}$, где x и y – некоторые натуральные числа?

9.2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x^2 = 4y^2 + 19, \\ xy + 2y^2 = 18. \end{cases}$$

9.3. В треугольнике ABC величина угла A равна 30° градусов, а длина медианы, проведённой из вершины B , равна длине высоты, проведённой из вершины C . Найти величины углов B и C .

9.4. Доказать, что из любых 18 последовательных трёхзначных чисел всегда можно выбрать число, делящееся нацело на сумму своих цифр. Привести пример 17 последовательных трёхзначных чисел, ни одно из которых не делится на сумму своих цифр.

9.5. По кругу выписаны 100 чисел с суммой 100. Сумма любых 6 идущих подряд чисел не превосходит 6. Одно из записанных чисел равно 6. Найдите остальные числа.