

Всесибирская олимпиада школьников 2012-2013 г. по математике

Первый этап

11 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

11.1. Добытая руда содержит 21% меди, обогащённая - 45% меди. Известно, что в процессе обогащения 60% добытой руды идёт в отходы. Определить процентное содержание меди в отходах.

11.2. Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0, \\ (x - a)^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ в зависимости от

параметра a ?

11.3. Доказать, что для всех действительных x выполнено неравенство $x^4 + 3x^2 + 2x + 2 > 0$.

11.4. Внутри прямоугольного треугольника со сторонами 3, 4 и 5 см расположены две окружности, отношение радиусов которых равно 9 к 4. Окружности касаются друг друга внешним образом, обе касаются гипотенузы, одна – одного катета, другая – другого. Найти радиусы окружностей.

11.5. Найти количество различных расстановок в ряд всех натуральных чисел от 1 до 10 таких, что сумма любых трёх подряд идущих чисел делится на 3.