

Заключительный этап Всесибирской олимпиады школьников по математике 2010 г.
Время выполнения 4 астрономических часа Каждая задача оценивается 7 баллами
10 класс

1. Назовём *перегородкой* произвольную сторону некоторого единичного квадрата на клетчатом листе бумаги. Можно ли отметить в квадрате 7 на 7 клеток несколько непересекающихся перегородок так, чтобы проекции всех отмеченных перегородок на горизонтальную и вертикальную стороны квадрата полностью их покрывали? Перегородки не пересекаются, если не имеют общих точек (концов).
2. Известно, что 70 коров съели бы всю траву на лугу за 24 дня, а 30 коров – за 60 дней. Сколько коров съели бы траву на лугу за 96 дней? Помните, что трава на лугу всё время подрастает с постоянной скоростью.
3. Пусть числа x и y удовлетворяют соотношению $x^2 - y^2 + 6x + 4y + 5 = 0$. Найти минимум значения выражения $x^2 + y^2$.
4. В клетках квадрата 6 на 6 записаны в некотором порядке все натуральные числа от 1 до 36 включительно, по одному в клетке. Доказать, что всегда найдутся 4 клетки, образующие квадрат 2 на 2, сумма чисел в которых является чётным числом. Построить

пример такой расстановки, чтобы только в одном из всех квадратов 2×2 сумма чисел была чётной.

5. В окружности проведены хорды AB и AC , биссектриса угла BAC пересекает окружность в точке D , точка E - основание перпендикуляра из D на прямую AB . Доказать, что длина AE равна полусумме длин AB и AC .

6. Найти максимально возможное количество подмножеств одиннадцатитиэлементного множества таких, что все они содержат разное число элементов и ни одно из них не содержится полностью в объединении остальных.

ЯГубов.РФ