

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» 2009/2010.
Математика. Заочный тур в г. Саров.

** Перед выполнением работы ознакомьтесь, пожалуйста, с Памяткой Участника!*

Задания для 9 и 10 классов

1. Мама послала Васю и Федю в магазин за яблоками. Они купили красных, желтых и зеленых яблок, всего 21 штуку. Вася заметил, что красных яблок оказалось больше, чем желтых, а желтых больше, чем зеленых. Федя тут же сообразил, что если купить еще 5 яблок, то зеленых может оказаться больше, чем красных. Сколько желтых яблок куплено?
2. В прямоугольнике ABCD с площадью 1 из вершины A до противоположных ей сторон BC и CD проведены отрезки AM и AK так, что они делят прямоугольник на три равновеликих части. Найти площадь ΔAMK .
3. После неудачного нападения на испанский галеон «команда» легендарного пирата Флинта отправилась «залезывать» раны в таверну «Морской волк». Оказалось, что если сядут только офицеры, то 17 стульев останутся свободными, а если только матросы, то 13 матросам не хватит мест. Если купить каждому по бутылке джина, то пара пиастров останется, а купить каждому по бутылке рома не хватает дюжины пиастров. Мудрый Флинт платил за всех и на все деньги купил по бутылке джина каждому матросу и по бутылке рома каждому офицеру. Сколько было матросов у Флинта и стульев в таверне?
4. В квадрате ABCD точка M лежит на стороне CD, равной 1. При каком положении точки M площадь круга, описанного вокруг ΔABM , будет максимальна? Обоснуйте ответ.
5. При каких значениях параметра b множество решений неравенства $x^2 + 2b^2 < 2bx + 6b + 7$ содержит ровно 2 простых числа?

Задания для 11 класса

1. На корабле легендарного пирата Флинта вечером обычно подавали бочонок (48л) коктейля «Старый боцман» крепостью 50% спирта, который готовили из рома (60% спирта, 20% сахара), джина (45% спирта, 5% сахара) и чистой воды. Каково могло быть содержание сахара в коктейле, если в качестве мерной емкости использовали
а) ведро (8л) б) ковш (2л) ?
2. В квадрате ABCD точка M лежит на стороне CD, равной 1. При каком положении точки M площадь круга, вписанного в ΔABM , будет максимальна? Ответ обоснуйте.
3. Для школьного вечера завуч попросила Васю и Федю расставить в спортзале стулья для гостей в несколько рядов. Вася хотел все стулья расставить так, чтобы число стульев в каждом ряду на 8 превышало число рядов. Федя, наоборот, предложил, чтобы число рядов на 8 превышало число стульев в каждом ряду. Других вариантов «прямоугольной» расстановки они не нашли. Сколько было стульев, если ожидали от 70 до 700 гостей?
4. При каких значениях параметра b множество решений неравенства $x^2 + 2b^2 < 2bx + 6b + 7$ содержит ровно 2 простых числа?
5. В прямоугольнике ABCD с площадью 1 из вершины A до противоположных ей сторон BC и CD проведены отрезки AM и AN так, что они делят прямоугольник на три равновеликих части. Найти максимально возможное значение угла MAN.