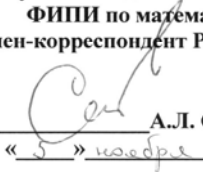


**«УТВЕРЖДАЮ»**  
Директор  
Федерального института  
педагогических измерений



А.Г. Ершов  
«10» ноября 2010 г.

**«СОГЛАСОВАНО»**  
Председатель  
Научно-методического совета  
ФИПИ по математике,  
член-корреспондент РАН и РАО



А.Л. Семенов  
«10» ноября 2010 г.

Государственная (итоговая) аттестация 2011 года (в новой форме)  
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные  
общеобразовательные программы

**Демонстрационный вариант**  
контрольных измерительных материалов для проведения  
в 2011 году государственной (итоговой) аттестации  
(в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ обучающихся,  
освоивших основные общеобразовательные программы  
основного общего образования

подготовлен Федеральным государственным научным учреждением  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Демонстрационный вариант**  
контрольных измерительных материалов для проведения  
в 2011 году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)  
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные  
общеобразовательные программы основного общего образования

#### Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включённые в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2011 году. Разделы содержания, на которых базируются контрольно-измерительные материалы, определены в спецификации, полный перечень соответствующих элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2011 года, приведён в кодификаторах, размещённых на сайте [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru).

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

## Демонстрационный вариант 2011 года

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено – на неё отводится 90 мин; по истечении этого времени ответы на задания первой части работы сдаются.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком **номер** выбранного ответа;

- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;

- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

~~1~~ 26      2) 20      **3** 15      4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ:  ~~$x = -12$~~   $x = 3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

**Желаем успеха!**

## Часть 1

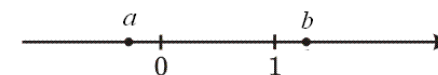
**1** Площадь территории Испании составляет 506 тыс. км<sup>2</sup>. Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1)  $5,06 \cdot 10^2$  км<sup>2</sup>
- 2)  $5,06 \cdot 10^3$  км<sup>2</sup>
- 3)  $5,06 \cdot 10^4$  км<sup>2</sup>
- 4)  $5,06 \cdot 10^5$  км<sup>2</sup>

**2** Из 59 девятиклассников школы 22 человека приняли участие в городских спортивных соревнованиях. Сколько приблизительно процентов девятиклассников приняли участие в соревнованиях?

- 1) 0,37 %      2) 27 %      3) 37 %      4) 2,7 %

**3** Числа  $a$  и  $b$  отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа  $\frac{1}{a}$ ,  $\frac{1}{b}$  и 1.



- 1)  $\frac{1}{a}$ ,  $\frac{1}{b}$ , 1      2)  $1$ ,  $\frac{1}{b}$ ,  $\frac{1}{a}$       3)  $\frac{1}{a}$ ,  $1$ ,  $\frac{1}{b}$       4)  $\frac{1}{b}$ ,  $\frac{1}{a}$ , 1

**4** Найдите значение выражения  $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 1$  при  $x = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**5** Из формулы периода обращения  $T = \frac{t}{N}$  выразите время вращения  $t$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**6** Какое из приведённых ниже выражений тождественно равно произведению  $(x-4)(x-2)$ ?

- 1)  $(x-4)(2-x)$
- 2)  $-(x-4)(2-x)$
- 3)  $(4-x)(x-2)$
- 4)  $-(4-x)(2-x)$

**7** Представьте выражение  $6m + \frac{3-7m^2}{m}$  в виде дроби.

Ответ: \_\_\_\_\_

8 Какое из данных выражений **не равно** выражению  $\frac{\sqrt{20}}{3}$ ?

- 1)  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$       2)  $\frac{20}{3\sqrt{20}}$       3)  $\frac{10}{3\sqrt{5}}$       4)  $\sqrt{\frac{20}{3}}$

9 Решите уравнение  $x^2 + 7x - 18 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

10 Гипербола, изображённая на рисунке, задаётся уравнением  $y = \frac{2}{x}$ . Используя рисунок, установите соответствие между системами уравнений и утверждениями.

СИСТЕМЫ  
УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДЕНИЯ

A)  $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = x + 1 \end{cases}$

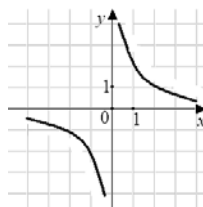
1) система имеет одно решение

B)  $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = 1 - x \end{cases}$

2) система имеет два решения

B)  $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = -2 \end{cases}$

3) система не имеет решений



Ответ:

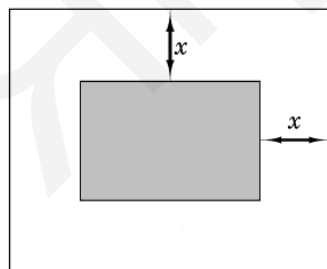
| А | Б | В |
|---|---|---|
|   |   |   |

11 Прочитайте задачу:

«Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 см и 15 см. Её наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна  $500 \text{ см}^2$ . Какова ширина окантовки?»

Пусть ширина окантовки равна  $x$  см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

- 1)  $(10 + 2x)(15 + 2x) = 500$   
 2)  $(10 + x)(15 + x) = 500$   
 3)  $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 500$   
 4)  $(10 + 2x)(15 + x) = 500$



12 Решите неравенство  $20 - 3(x + 5) < 1 - 7x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

13 При каких значениях  $x$  верно неравенство  $x^2 + 2x - 3 < 0$ ?

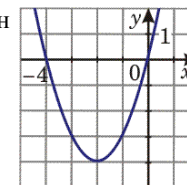
Ответ: \_\_\_\_\_

14 Из арифметических прогрессий, заданных формулой  $n$ -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие  $a_{25} < 0$ .

- 1)  $a_n = 2n$       3)  $a_n = -2n + 100$   
 2)  $a_n = -2n + 50$       4)  $a_n = 2n - 100$

15 График какой из перечисленных ниже функций изображён на рисунке?

- 1)  $y = x^2 + 4$   
 2)  $y = x^2 + 4x$   
 3)  $y = -x^2 - 4x$   
 4)  $y = -x^2 - 4$



16 Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 550 р., если используется тариф В?



Ответ: \_\_\_\_\_ мин.

17 На каждые 1000 электрических лампочек приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Ответ: \_\_\_\_\_

18 Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: \_\_\_\_\_

**Часть 2**

*При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.*

- 19** Решите уравнение  $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$ .
- 20** Решите неравенство  $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$ .
- 21** В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.
- 22** Прямая  $y = 2x + b$  касается окружности  $x^2 + y^2 = 5$  в точке с положительной абсциссой. Определите координаты точки касания.
- 23** Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

## Ответы к заданиям части 1

| Номер задания | Правильный ответ              |
|---------------|-------------------------------|
| 1             | 4                             |
| 2             | 3                             |
| 3             | 1                             |
| 4             | $-\frac{5}{12}$               |
| 5             | $t = TN$                      |
| 6             | 2                             |
| 7             | $\frac{3-m^2}{m}$             |
| 8             | 4                             |
| 9             | $x_1 = 2, x_2 = -9$           |
| 10            | 231                           |
| 11            | 1                             |
| 12            | $x < -1$                      |
| 13            | $-3 < x < 1$<br>или $(-3; 1)$ |
| 14            | 4                             |
| 15            | 2                             |
| 16            | На 220 мин.                   |
| 17            | 0,995                         |
| 18            | На 10                         |

## Решения и критерии оценивания к заданиям части 2

**19** Решите уравнение  $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$ .

Ответ: -2; 2; 6.

Решение. Разложим на множители левую часть уравнения. Получим:  
 $x^2(x-6) - 4(x-6) = 0$ ,  $(x-6)(x^2-4) = 0$ ,  $x-6=0$  или  $x^2-4=0$ . Значит,  
уравнение имеет корни: -2; 2; 6.

| Баллы | Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                             |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2     | Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.                                                                                                                                                                  |
| 1     | Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$ , ответ дан с учетом этой ошибки. Или допущена описка на последнем шаге. |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.                                                                                                                                                                        |

**20** Решите неравенство  $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$ .

Ответ:  $(1\frac{2}{3}; +\infty)$ . Другая возможная форма ответа:  $x > 1\frac{2}{3}$ .

Решение. 1) Определим знак разности  $\sqrt{19} - 4,5$ . Так как  $4,5 = \sqrt{20,25}$  и  $\sqrt{20,25} > \sqrt{19}$ , то  $\sqrt{19} - 4,5 < 0$ .

2) Получаем неравенство  $5 - 3x < 0$ . Отсюда  $x > 1\frac{2}{3}$ .

| Баллы | Критерии оценивания выполнения задания                                                                                             |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3     | Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.                                                                  |
| 2     | Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка. |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.                                                                        |

21

В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

Ответ: 48, 60, 75.

Решение. 1) Пусть  $(b_n)$  – данная геометрическая прогрессия. Составим

$$\text{систему } \begin{cases} b_1 + b_1 q = 108, \\ b_1 q + b_1 q^2 = 135. \end{cases} \quad \text{Далее: } \begin{cases} b_1(1+q) = 108, \\ b_1 q(1+q) = 135, \end{cases} \quad \begin{cases} b_1(1+q) = 108, \\ q \cdot 108 = 135. \end{cases}$$

$$\text{Отсюда } q = \frac{5}{4}, \quad b_1 = 48.$$

$$2) \quad b_2 = 48 \cdot \frac{5}{4} = 60, \quad b_3 = 60 \cdot \frac{5}{4} = 75.$$

| Баллы | Критерии оценивания выполнения задания                                                                                   |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3     | Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.                                                        |
| 2     | Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного. |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.                                                              |

22

Прямая  $y = 2x + b$  касается окружности  $x^2 + y^2 = 5$  в точке с положительной абсциссой. Определите координаты точки касания.

Ответ: (2; -1).

Решение. 1) Найдём значения  $b$ , при которых система  $\begin{cases} y = 2x + b, \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$  имеет единственное решение. Выполним подстановку, получим уравнение  $x^2 + (2x + b)^2 = 5$ , т.е.  $5x^2 + 4xb + b^2 - 5 = 0$ .

2) Полученное уравнение имеет единственное решение, когда его дискриминант равен нулю. Имеем:  $D_1 = 4b^2 - 5(b^2 - 5) = 25 - b^2$ . Решив уравнение  $25 - b^2 = 0$ , получим  $b = \pm 5$ .

3) Таким образом, получили уравнения двух прямых, касающихся окружности:  $y = 2x + 5$  и  $y = 2x - 5$ .

Найдём абсциссы точек касания, подставив найденные значения  $b$  в уравнение  $5x^2 + 4xb + b^2 - 5 = 0$ :

при  $b = 5$  получим уравнение  $x^2 + 4x + 4 = 0$ , откуда  $x = -2$ ; этот корень не удовлетворяет условию задачи;

при  $b = -5$  получим уравнение  $x^2 - 4x + 4 = 0$ , откуда  $x = 2$ .

Найдём соответствующее значение  $y$ :  $y = 2x - 5 = 2 \cdot 2 - 5 = -1$ . Координаты точки касания (2; -1).

Замечания. 1) В первом шаге решения учащийся может опустить запись системы, подставив сразу  $y = 2x + b$  в уравнение окружности.

2) В третьем шаге учащийся может сначала выбрать касательную, удовлетворяющую условию задачи, а затем искать координаты точки касания; выбрать касательную учащийся может из графических соображений.

3) Решение задачи может быть геометрическим.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания                                                                                                                                    |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.                                                                                           |
| 3     | Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка; или при верных вычислениях в ответе указаны координаты обеих точек касания. |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.                                                                                                           |

Комментарий. Ошибки в составлении выражения  $D_1$  (или  $D$ ), в применении формулы квадрата двучлена считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

23

Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Ответ: плот пройдет  $\frac{2}{5}$  всего пути.

Решение. Пусть скорость течения реки (и плота)  $x$  км/ч. Тогда скорость катера против течения равна  $4x - x = 3x$  км/ч, а по течению  $4x + x = 5x$  км/ч. Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению – в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл  $S$  км, то катер – в 3 раза больше, т.е.  $3S$  км. После встречи катер

пройдет  $3S$  км, а плот – в 5 раз меньше, т.е.  $\frac{3S}{5}$  км. Всего плот пройдет

$S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}$ . Отношение пройденного плотом пути ко всему пути равно

$$\frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{2}{5}.$$

*Другое возможное решение.* Пусть скорость течения реки (и плота)  $x$  км/ч. Тогда скорость катера против течения равна  $4x - x = 3x$  км/ч, а по течению  $4x + x = 5x$  км/ч. Скорость сближения катера и плота равна  $x + 3x = 4x$  км/ч. Встреча произошла через  $\frac{AB}{4x}$  ч. За это время плот проплыл

$x \cdot \frac{AB}{4x} = \frac{AB}{4}$  км, а катер –  $\frac{3AB}{4}$  км. Обратный путь катер пройдет за

$\frac{\frac{3AB}{4}}{5x} = \frac{3AB}{20x}$  ч. Плот за это время проплывет расстояние, равное

$x \cdot \frac{3AB}{20x} = \frac{3AB}{20}$  км, а всего он проплывет  $\frac{AB}{4} + \frac{3AB}{20} = \frac{2}{5}AB$  км.

| Баллы | Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                      |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4     | Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ.                                                                                           |
| 3     | Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с её учетом дальнейшие шаги выполнены правильно. |
| 0     | Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.                                                                                                 |