Межрегиональная олимпиада по математике

Условия задач 9 класс

1. (**2 балла**) Про натуральное число x сделано пять утверждений:

$$3x > 91$$
$$x < 120$$
$$4x > 37$$
$$2x \geq 21$$
$$x > 7$$

Известно, что только три из них верны, а два неверны. Найти x.

2**. (2 балла)** При каких целых p и q значение многочлена $f(x) = x^2 + px + q$ делится на 2 при любом целом x ?

3. (**3 балла**) Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + xy + y = 2 + 3\sqrt{2} \\ x^2 + y^2 = 6. \end{cases}$$

4. **(4 балла)** Население города увеличивалось в течение *x* лет на 50% ежегодно, потом в течение *y* лет оно уменьшалось на $\frac{388}{9}\%$ ежегодно, а затем оно еще уменьшалось на $\frac{50}{3}\%$ в год в течение *z* лет. В результате население удвоилось. Известно, что *x, y, z* – целые числа. Найдите их.

5. (**4 балла**) Отличные от нуля числа a, b, c удовлетворяют условиям $2011(a+b+c) = 1$ и $ab + ac + bc = 2011 \cdot abc$.
Найти $a^{2011} + b^{2011} + c^{2011}$.

6. (**5 баллов**) Найдите все пары целых чисел (x, y), для которых справедливо равенство $x(x+1)(x+7)(x+8) = y^2$.

ЯГУОВ.РФ