

# СУНЦ УрФУ

## Вступительный тест по математике для поступающих в 8 класс 19 апреля 2015 г

### 1 вариант

#### Часть В

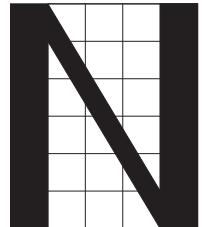
В заданиях В1–В10 записать ответ в указанном месте. Если получается несколько вариантов, нужно указать их все. Калькулятором, литературой, шпаргалкой и т.п. пользоваться нельзя.

**В1.** Решить уравнение:  $\frac{0,4x-2}{3} - \frac{2,1x-1}{2} = 1$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**В2.** Известно, что  $\frac{2x-y}{3x+2y} = \frac{4}{13}$ . Найти  $\frac{x^2}{y^2}$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**В3.** Вычислить:  $202,5^2 - 201,5 \cdot 203,5 - 201$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**В4.** Площадь одной клеточки равна 1 см<sup>2</sup>. Найти площадь буквы N (см. рис.).  
Ответ: \_\_\_\_\_



**В5.** Лиса и заяц соревновались в беге на 3 км. Когда лиса добежала до финиша, зайцу осталось бежать еще 1 км. На какое расстояние нужно отодвинуть место старта лисы, чтобы они прибежали к финишу одновременно? Ответ: \_\_\_\_\_

**В6.** Вычислить:  $\frac{75^{10} \cdot 25^3}{375^9 \cdot 5}$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**В7.** В треугольнике PKR на стороне KR отмечена точка A, а на стороне PR — точка B. Известно, что AR = AB = KB = PB и  $\angle R = 30^\circ$ . Найти угол P. Ответ: \_\_\_\_\_

**В8.** Вася выстрелил в тире 60 раз, но попал в цель лишь 12 раз. После долгих тренировок частота попаданий увеличилась на 75%. При повторном посещении тира Вася выстрелил 200 раз. Сколько раз Вася попал в цель при повторном посещении? Ответ: \_\_\_\_\_

**В9.** Имеются отрезки с длинами 5; 3K; 5K. При каких целых K данные отрезки могут быть сторонами треугольника? Ответ: \_\_\_\_\_

**В10.** На координатной плоскости построены прямые  $y = 2+x$  и  $y = 1-x$ . Они разбивают плоскость на 4 части. Занумеруем эти части против часовой стрелки, начиная с той, где лежит точка A(-1; 0). В какой из частей лежит точка с координатами (-2015; 2015)? Ответ: \_\_\_\_\_

#### Ответы к части В

**В1.**  $x = -14/11$ .

**В2.** 9/4. (Разделим числитель и знаменатель дроби  $\frac{2x-y}{3x+2y}$  на y и получим уравнение для неизвестного  $x/y$ :  $\frac{2(x/y)-1}{3(x/y)+2} = 4/13$ .)

**В3.** -200.  $(202,5^2 - (202,5 - 1)) \cdot (202,5 + 1) - 201 = 202,5^2 - (202,5^2 - 1) - 201$ .

**В4.** 15. (Оставшиеся незакрашенные кусочки составляются в прямоугольник со сторонами 3 и 5.)

**В5.** 1,5 км. (Лиса пробегает 3 км, пока заяц пробегает 2 км. Значит, чтобы заяц пробежал оставшийся 1 км, лисе надо пробежать еще 1,5 км.)

**В6.**  $3/25 = 0,12$ . ( $\frac{75^{10} \cdot 25^3}{375^9 \cdot 5} = \frac{75^{10} \cdot 5^6}{5^9 \cdot 75^9 \cdot 5} = \frac{75}{5^4}$ .)

**В7.**  $45^\circ$ . (В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.)

**В8.** 70 или 190 в зависимости от трактовки условия.

**В9.** 1, 2. (Нужно проверить неравенство треугольника.)

**В10.** 4. (Точка (-2015, 2015) лежит ниже прямой  $y = 1 - x$  и выше прямой  $y = 2 + x$ .)

### Часть С

В заданиях С1–С4 привести полные решения.

**C1.** Упростить:  $\frac{1}{9-6x+x^2} : \frac{x}{x^2-9} + \frac{x+6}{9-x^2}$ .

**C2.** В трехзначном числе  $a$ , не делящемся на 10, убрали последнюю цифру. Получилось число  $b$ . Найти наибольшее значение дроби  $\frac{a}{b}$ .

**C3.** Отец и сын вышли одновременно навстречу друг другу и шли с постоянными скоростями. Сын шел не останавливаясь, но в два раза медленнее отца. Отец же после каждого 1500 м отдыхал 15 минут. Через 2 часа они встретились ровно на середине пути, когда отец собирался в путь после отдыха. Найти начальное расстояние между отцом и сыном.

**C4.** На основании  $BC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$ , а на его боковой стороне  $AC$  — точка  $E$  так, что  $AE = AD$ . Зная, что угол  $BAD$  равен  $30^\circ$ , найти величину угла  $CDE$ .

### Решения и ответы к части С

**C1.** Вспомним формулы сокращенного умножения:  $9 - 6x + x^2 = (3 - x)^2$ ,  $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$ . И применим к задаче:

$$\frac{1}{(x-3)^2} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{x} - \frac{x+6}{x^2-9} = \frac{(x+3)}{x(x-3)} - \frac{x+6}{(x-3)(x+3)}.$$

Приведем дроби к общему знаменателю  $x(x+3)(x-3) = x(x^2-9)$ :

$$\frac{(x+3)^2}{x(x-3)(x+3)} - \frac{(x+6)x}{x(x-3)(x+3)} = \frac{(x^2+6x+9) - (x^2+6x)}{x(x^2-9)} = \frac{9}{x(x^2-9)}.$$

**Ответ.**  $\frac{9}{x(x^2-9)}$ .

**C2.** По условию известно, что  $a = 10b + x$ , где  $x$  — это последняя цифра числа  $a$ , причем  $x \neq 0$ , а  $b$  — двузначное число.

Тогда  $\frac{a}{b} = 10 + \frac{x}{b}$ . Наибольшее значение дроби  $\frac{x}{b}$  будет тогда, когда числитель — наибольший, а знаменатель — наименьший. Значит,  $x = 9$ ,  $b = 10$ .

**Ответ.**  $10\frac{9}{10}$ .

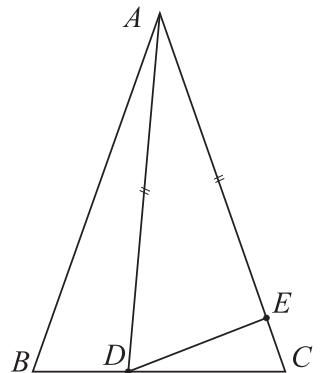
**C3.** Так как отец шел в два раза быстрее, а прошел столько, сколько и сын, то потратил он на этот путь в два раза меньше времени. Следовательно, из двух часов, потраченных на дорогу, отец отдыхал 1 час, то есть сделал 4 привала. Таким образом, отец прошел четыре промежутка по 1500 м, а перед пятым встретил сына. Половина пути равняется 6 км, значит весь путь — 12 км.

**Ответ.** Начальное расстояние между отцом и сыном равно 12 км.

**C4.**

Пусть  $\angle DAE = 2\alpha$ , тогда  $\angle AED = \angle ADE = 90^\circ - \alpha$  и  $\angle ABC = \angle ACB = 75^\circ - \alpha$ . Для треугольника  $CDE$  угол  $AED$  является внешним, поэтому равен сумме внутренних углов, не смежных с ним:  $90^\circ - \alpha = \angle CDE + 75^\circ - \alpha$ . Из полученного равенства выражаем требуемый угол:  $\angle CDE = 15^\circ$ .

**Ответ.**  $\angle CDE = 15^\circ$ .



# СУНЦ УрФУ

## Вступительный тест по математике для поступающих в 8 класс

19 апреля 2015 г

### 2 вариант

#### Часть В

В заданиях В1–В10 записать ответ в указанном месте. Если получается несколько вариантов, нужно указать их все. Калькулятором, литературой, шпаргалкой и т.п. пользоваться нельзя.

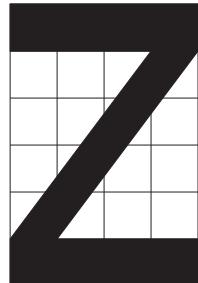
**В1.** Решить уравнение:  $\frac{0,3x+1}{3} - \frac{2,2x-1}{5} = 1$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**В2.** Известно, что  $\frac{3x+y}{2x-3y} = -\frac{6}{7}$ . Найти  $\frac{y^2}{x^2}$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**В3.** Вычислить:  $19, 14^2 - 20, 14 \cdot 18, 14 + 21$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**В4.** Площадь одной клеточки равна 1 см<sup>2</sup>. Найти площадь буквы Z (см. рис.).

Ответ: \_\_\_\_\_



**В5.** Черепаха соревновалась с ёжиком в беге на 60 м. Когда черепаха добежала до финиша, увлекшийся ёжик пробежал лишних 30 м. На какое расстояние нужно пододвинуть место старта черепахи, чтобы они финишировали одновременно? Ответ: \_\_\_\_\_

**В6.** Вычислить:  $\frac{36^{10}}{24^7 \cdot (243)^3}$ . Ответ: \_\_\_\_\_

**В7.** В треугольнике ABC на стороне AB отмечена точка P, а на стороне AC — точка Q. Известно, что  $AP = PQ = BQ = QC$  и  $\angle A = 40^\circ$ . Найти угол C. Ответ: \_\_\_\_\_

**В8.** Ваня выстрелил в тире 200 раз и попал в цель 120 раз. Обрадовавшись, он целый месяц не тренировался, в результате частота попаданий уменьшилась на 20%. Снова посетив тир, он выстрелил 250 раз. Сколько раз Ваня попал в цель при повторном посещении? Ответ: \_\_\_\_\_

**В9.** Даны отрезки, длины которых равны  $2K; 6K; 13$ . При каких целых  $K$  эти отрезки могут быть сторонами треугольника? Ответ: \_\_\_\_\_

**В10.** На координатной плоскости построены прямые  $y = x - 2$  и  $y = -x - 1$ . Они разбивают плоскость на 4 части. Занумеруем эти части по часовой стрелке, начиная с той, где лежит точка  $A(1; 0)$ . В какой из частей лежит точка с координатами  $(2015, -2015)$ ? Ответ: \_\_\_\_\_

#### Часть С

В заданиях С1–С4 привести полные решения.

**С1.** Упростить:  $\frac{a-4}{a^2-4} + \frac{1}{4+4a+a^2} : \frac{a}{4-a^2}$ .

**С2.** В трехзначном числе  $a$ , не делящимся на 10, убрали последнюю цифру. Получилось число  $b$ . Найти наименьшее значение дроби  $\frac{a}{b}$ .

**С3.** Пешеход и велосипедист одновременно поспешили навстречу друг другу. Велосипедист ехал быстрее в 3 раза чем шел пешеход, но после каждого 2 км он подкачивал колеса 30 минут. Пешеход же шел без отдыха. Через 3 часа они встретились ровно на середине пути, когда велосипедист собирался снова подкачивать колеса. Найти начальное расстояние между ними.

**С4.** На основании  $PR$  равнобедренного треугольника  $KPR$  отмечена точка  $A$ , а на его боковой стороне  $KR$  — точка  $B$  так, что  $KA = KB$ . Зная, что угол  $BAR$  равен  $20^\circ$ , найти величину угла  $PKA$ .

**Ответы ко второму варианту**

**B1.**  $-70/51$ .

**B2.** 9.

**B3.** 22.

**B4.** 12.

**B5.** 20.

**B6.**  $1/18$ .

**B7.**  $30^\circ$ .

**B8.** 120 или 100 в зависимости от трактовки условия.

**B9.** 2, 3.

**B10.** 2.

**C1.**  $\frac{-4}{a(a^2-4)}$ .

**C2.**  $10\frac{1}{99}$ .

**C3.** 20 км.

**C4.**  $40^\circ$ .