



Физико-математический лицей № 30

199004, Россия, Санкт-Петербург, 7 линия ВО, д. 52, ул. Шевченко, д. 23-2

☎ (812) 323-35-55, 323-4253, 355-88-57

Предлагаем Вашему вниманию типовые задачи вступительных олимпиад в 8 класс лицея. Помимо типовых задач в текст вступительной олимпиады традиционно включаются и нестандартные задачи.

I. Разложите на множители:

1. $x^3 - 8x^2 + 19x - 12$
2. $-12a^2p + 15p^3 + 8a^4 - 10a^2p^2$
3. $x(x + z - y) + y(y - x - z) + (x - y + z)$
4. Найдите наименьшее значение выражения $(2a - 1)(2a + 1) + 3b(3b - 4a)$

II. Вычислите:

1. $\frac{4^4 \cdot ((3^3)^2 : 3^2)}{27^3 : 3^5}$
2. $\frac{(7,26)^3 - (2,74)^3}{4,52} + 7,26 \cdot 2,74$
3. $(3\frac{7}{12} + 4\frac{7}{12} : (2\frac{1}{3} - 5\frac{1}{12})) : (3,25 : 5\frac{7}{22} - 8\frac{5}{18})$
4. $\frac{4a - 5b}{3a + b}$, если известно, что $\frac{4b + a}{5a - 7b} = 2$

- III.
1. Сократите дробь: $\frac{x^3 - x^2y}{xy - x^2 - y + x}$
 2. Упростите выражение:
$$\left(\frac{1}{x+2} + \frac{5}{x^2 - x - 6} + \frac{2x}{x-3} \right) : \frac{2x+1}{x} - \frac{x-9}{2(x-3)}$$
 3. Упростите выражение и укажите при каких x оно определено:
$$\left(\frac{x}{x^2 + 2x + 4} + \frac{x^2 + 8}{x^3 - 8} + \frac{1}{x-2} \right) \cdot \left(\frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{2}{2-x} \right)$$
 4. Найдите x из пропорции:
$$\frac{9 - 4a^2 - 4ab - b^2}{4a^2 + 2ab + 3b - 9} = \frac{3 + 2a + b}{x}$$

IV. Решите уравнение (систему):

1. $\frac{3x-1}{7} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x}{14} - 1$
2. $\frac{7}{x-2} = 3 + \frac{x^3+27}{(x+3)(x-2)}$
3. $\frac{x^2-4x-8}{5x-x^2} = \frac{x^2-3x-7}{x(x-5)}$
4.
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{9}{y-1} = -2 \\ \frac{4}{x} - \frac{3}{y-1} = 3 \end{cases}$$

- V.
1. Постройте график функции $y = (x^2 - 4) \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) - x$

2. Постройте график функции $y = \frac{|x|}{x} \left(-\frac{1}{2}x + 2 \right)$
3. Постройте график уравнения $\frac{(y^2 - 4)(y + 2x - 1)}{x - 1} = 0$
4. Задайте а) графически и б) аналитически функцию, которая при x таких, что $0 < x < 1$, принимает все значения y такие, что $0 \leq y \leq 1$, и не принимает других значений.
- VI. 1. В треугольнике ABC $AB = BC$, $\angle C = 72^\circ$, AP — биссектриса, $PK \parallel AB$, PK пересекает сторону AC в точке K . Найдите $\angle KPA$.
2. В треугольнике ABC биссектрисы AA_1 и BB_1 пересекаются в точке M , при этом $\angle AMB = 120^\circ$. Найдите $\angle C$.
3. В треугольнике ABC $AB = BC$, $AC = 8$, точка E лежит на стороне BC , причем $BE = EC$. Точка E делит периметр треугольника ABC (считая от вершины A) на две части, из которых одна больше другой на 2. Найдите AB .
4. Как с помощью циркуля и линейки разделить угол в 54° на три равные части?
- VII. 1. Является ли число 3^{4^5} точным квадратом?
2. Найдите наименьшее натуральное число, большее 2, остатки от деления которого на 3 и на 23 равны 2.
3. Сравните $633^{3^{72}}$ и $632^{4^{54}}$.
4. При каких натуральных n дробь $\frac{4n - 23}{n - 2}$ является натуральным числом?
- VIII. 1. Найдите все значения параметра a , при которых график следующей функции проходит через начало координат.
- $$y = \frac{5a}{a - 5} \cdot (x^2 - 1) + \frac{a^2}{a - 5}$$
2. Найдите все значения параметра b , при которых точка графика следующей функции с абсциссой $-\frac{4}{3}$ лежит на оси абсцисс.
- $$y = \frac{x - b}{3x + 1} + bx$$
3. Найдите все значения параметра a , при которых уравнения $6x + 1 = 0$ и $2x - a = 0$ имеют общие корни.
4. Для каждого значения параметра a решите уравнение:
- $$a^2 \left(1 - \frac{1}{x} \right) - a \left(1 + \frac{1}{x} \right) = \frac{a - 3}{x}$$
- IX. 1. Три бригады вспахали два поля общей площадью 96 га. Первое поле было вспахано за 3 дня, причем работали все вместе. Второе поле вспахали за 6 дней вторая и третья бригады. Если бы все три бригады проработали на втором поле 1 день, то оставшаяся часть второго поля первая бригада могла бы вспахать за 8 дней. Сколько гектаров в день может вспахать первая бригада?

2. Карлсон съедает банку варенья за 10 минут, Фрекен Бок — за 12 минут, а Малыш — за 15 минут. За сколько минут они съедят банку варенья втроем?
 3. Смешали 7 литров 16%-го раствора некоторого вещества с 3 литрами 6%-го раствора этого же вещества. Найдите концентрацию полученного раствора.
 4. Два поезда выехали одновременно в одном направлении из городов A и B , которые расположены на расстоянии 60 км друг от друга, и одновременно прибыли на станцию C . Если бы один из поездов увеличил скорость на 25 км/ч, а другой на 20 км/ч, то они прибыли бы в C также одновременно, но на два часа раньше. Найдите скорости поездов.
- Х.
1. Разделите число 80 на две части так, чтобы одна часть составляла 60% другой части.
 2. Дан прямоугольник 3×4 клетки. Можно ли расставить числа 3 и -3 в его клетки так, чтобы все 7 сумм (по строкам и по столбцам) были различны?
 3. Укажите какое-либо целое число b такое, что число $b^2 + 3b + 2004$ является точным квадратом.
 4. Расположите 6 точек на 4 отрезках, не лежащих на одной прямой, так, чтобы каждому отрезку принадлежало ровно 3 точки.