

**Вариант ФМШ2016-11-1**

1. Выразите  $y$  через  $x$  из соотношения  $x = 2y\sqrt{y} - y^3$ . Определяет ли данное соотношение функцию  $y(x)$ ?
2. Найдите максимальный объём правильной треугольной пирамиды, вписанной в сферу радиуса  $R$ ?
3. Найдите область определения и множество значений функции  $f(x) = x^2 + \frac{x^2}{1-x^2} + \frac{x^2}{(1-x^2)^2} + \dots$  и постройте её график.
4. Дайте определение точки максимума. Может ли точка максимума может одновременно являться точкой минимума? Имеет ли функция  $y = a^2$  точки экстремума? Ответы обосновать.
5. Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выехал автомобиль, через 2 часа за ним из пункта  $A$  выехал второй автомобиль, а ещё через 1 час из пункта  $B$  в пункт  $A$  выехал трактор. Оба автомобиля, доехав до пункта  $B$ , развернулись и поехали обратно, при этом первый автомобиль вернулся в пункт  $A$  на 3 часа раньше второго, а второй на 4 часа раньше трактора. Все транспортные средства двигались с постоянной скоростью. Выразите скорости второго автомобиля и трактора через скорость первого автомобиля, если известно, что трактор и первый автомобиль находились на одном расстоянии от пункта  $A$  через 1 час после начала движения трактора, а трактор и второй автомобиль – через 3 часа после начала движения второго автомобиля.
6. Решите неравенство:  $\sqrt{a^2 - 2x^2} \geq x - a$
7. Почему крышки канализационных люков, как правило, делают круглыми? Если бы, тем не менее, Вам поставили задачу спроектировать крышку в форме правильного треугольника вместо круглой, то какие требования к новой конструкции люка Вы предъявили?

**Вариант ФМШ2016-11-2**

1. Выразите  $y$  через  $x$  из соотношения  $x = 4y\sqrt{y} - y^3$ . Определяет ли данное соотношение функцию  $y(x)$ ?
2. Найдите максимальный объём правильной четырёхугольной пирамиды, вписанной в сферу радиуса  $R$ ?
3. Найдите область определения и множество значений функции  $f(x) = x + \frac{x}{1-|x|} + \frac{x}{(1-|x|)^2} + \dots$  и постройте её график.
4. Дайте определение точки минимума. Верно ли, что если производная функции в некоторой точке равна нулю, то данная точка является точкой экстремума? Имеет ли функция  $y = |a|$  точки экстремума? Ответы обосновать.
5. Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выехал автомобиль, через 1 час за ним из пункта  $A$  выехал второй автомобиль, а ещё через 2 часа из пункта  $B$  в пункт  $A$  выехал трактор. Оба автомобиля, доехав до пункта  $B$ , развернулись и поехали обратно, при этом первый автомобиль вернулся в пункт  $A$  на 3 часа раньше второго, а второй на 3 часа раньше трактора. Все транспортные средства двигались с постоянной скоростью. Выразите скорости второго автомобиля и трактора через скорость первого автомобиля, если известно, что трактор и первый автомобиль находились на одном расстоянии от пункта  $A$  через 2 часа после начала движения трактора, а трактор и второй автомобиль – через 3 часа после начала движения второго автомобиля.
6. Решите неравенство:  $2x - a \leq \sqrt{a^2 - x^2}$
7. Почему крышки канализационных люков, как правило, делают круглыми? Если бы, тем не менее, Вам поставили задачу спроектировать крышку квадратной формы вместо круглой, то какие требования к новой конструкции люка Вы предъявили?