

Вариант ФМШ2014-II-10-1

1. Вычислите значение выражения $\left(\frac{x^{0.5} + 1}{x^{0.5} - 1} - \frac{x^{0.5} - 1}{x^{0.5} + 1} \right) \cdot \frac{1}{x^{0.5}}$

при $x = 3$.

2. Найдите корни уравнения: $2x^3 + 17x^2 - 51x - 54 = 0$

3. Решите неравенство: $\frac{(x-1)(x^2-4)(3-x)}{(x^2+2x+1)(x^2+5)} \geq 0$

4. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют следующей системе:

$$\begin{cases} (\sqrt{x+1})^2 = \sqrt{4y^2} \\ y - \text{целое число} \end{cases}$$

5. Медианы AM и BN треугольника ABC пересекаются под прямым углом. Найдите $S_{\triangle ABC}$, если $AM = 3$, а $BN = 4$.

6. Дайте определение квадратного уравнения. Как будут изменяться решения квадратного уравнения, если вместо x мы будем подставлять в него сумму $x + a$, где a – некоторое действительное число? Может ли в этом случае измениться количество решений уравнения?

7. В окружность радиусом $\sqrt{3}$ вписан правильный треугольник, в него вписана окружность, в эту окружность снова вписан правильный треугольник и т.д. Найдите сумму периметров всех треугольников.

Вариант ФМШ2014-II-10-2

1. Вычислите значение выражения $\left(\frac{a^{0.5}}{a^{0.5} + 4} + \frac{4a^{0.5}}{a - 16} \right)$

при $a = 18$.

2. Найдите корни уравнения: $3x^3 + 27x^2 - 54x - 24 = 0$

3. Решите неравенство: $\frac{(x-7)^2(x^3-1)(8-x^2)}{(x^2+3x+7)(x+1)} \geq 0$

4. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют следующей системе:

$$\begin{cases} (\sqrt{2x})^2 = \sqrt{(y+1)^2} \\ x - \text{целое число} \end{cases}$$

5. Медианы AM и BN треугольника ABC пересекаются под прямым углом. Найдите $S_{\triangle ABC}$, если $AM = 2$, а $BN = 3$.

6. Дайте определение квадратичной функции. Какое минимальное количество точек необходимо задать на координатной плоскости, чтобы через них проходил график только одной квадратичной функции? Нужно ли в этом случае наложить какие-либо ограничения на расположение точек?

7. В правильный треугольник со стороной 3 вписана окружность, в неё вписан правильный треугольник, в этот треугольник снова вписана окружность и т.д. Найдите сумму длин всех окружностей.