

Вариант ФМШ2014-10-1

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{a - a^{-2}}{\frac{1}{a^2} - a^{-2}} - \frac{2}{a^{\frac{3}{2}}} - \frac{1 - a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}} \right) \cdot \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}}.$$

2. Решите уравнение: $x \cdot (x+2) \cdot (x+3) \cdot (x+5) = 72$

3. Смешали 30%-ый раствор соляной кислоты с 10%-ым раствором соляной кислоты и получили 600 г 15%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?
4. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют следующему уравнению:

$$y^2 = |x - 1|$$

5. Две окружности с радиусами 6 см и 8 см пересекаются в точках A и B так, что центры окружностей по разные стороны от хорды AB . Найдите расстояние между центрами окружностей, если известно, что хорда AB равна 9,6 см.
6. Некоторое количество свежеродившихся микроорганизмов поместили в питательную среду. Каждый микроорганизм живёт 5 часов, и к концу каждого часа один живой микроорганизм производит на свет два новых микроорганизма. Через сколько часов количество микроорганизмов превысит начальное не менее, чем в 3^{15} раз?
7. Для каждого действительного числа будем обозначать с помощью $[x]$ наибольшее целое число, не превышающее x . Решите неравенство: $[2x] < -x^2$

Вариант ФМШ2014-10-2

1. Упростите выражение:

$$\left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}{a+b} - \frac{2a}{a-b}.$$

2. Решите уравнение: $x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3) = 24$

3. Имеется сталь двух сортов с содержанием никеля в 5% и 40%. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 140 тонн стали с содержанием никеля в 30%?
4. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют следующему уравнению:

$$y^2 = |3 - x|$$

5. Две окружности с радиусами 6 см и 8 см пересекаются в точках A и B так, что центры окружностей по одну сторону от хорды AB . Найдите длину хорды AB , если расстояние между центрами окружностей равно 4 см.
6. Некоторое количество свежеродившихся микроорганизмов поместили в питательную среду. Каждый микроорганизм живёт 6 часов, и к концу каждого часа один живой микроорганизм производит на свет два новых микроорганизма. Через сколько часов количество микроорганизмов превысит начальное не менее, чем в 3^{12} раз?
7. Для каждого действительного числа будем обозначать с помощью $[x]$ наибольшее целое число, не превышающее x . Решите неравенство: $[4x] > x^3$