

Вариант ФМШ2012-10-1

1. Упростить выражение:

$$\frac{b^2 - 4}{8 - b^3} \cdot \left(\frac{(2+b)^4}{b^2 + 4b + 4} - 2b \right).$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ (2x-1)(x-2) = 0 \end{cases}$$

3. Решить неравенство: $\frac{8}{x} < \sqrt{x}$.

4. Павел добирается из дома до института за 50 минут. Из них 20 минут он идёт пешком, а остальное время едет на метро. Вечером Павел подвернул ногу и выяснил, что скорость его передвижения пешком уменьшилась в 2 раза. Успеет ли Павел добраться до института вовремя, если следующим утром выйдет из дома на 15 минут раньше, чем обычно? За какое время ему необходимо выходить из дома, чтобы точно не опоздать в институт?

5. Окружности радиусов 4 и 9 касаются внешним образом. К окружностям проведена общая касательная;

- а) найти расстояние между точками касания окружностей;
- б) найти расстояния между всеми парами точек меньшей окружности, через которые проходят общие касательные, удовлетворяющие условиям задачи.

6. Построить график функции $f(x) = \frac{1}{(\sqrt{x})^2}$. При каких значениях параметра a уравнение $2a - x = \frac{1}{(\sqrt{x})^2}$ имеет единственное решение?

Вариант ФМШ2012-10-2

1. Упростить выражение:

$$\frac{9 - c^2}{c^3 + 27} \cdot \left(\frac{(c-3)^4}{9 - 6c + c^2} + 3c \right).$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 = 0 \\ (2x+1)(x+2) = 0 \end{cases}$$

3. Решить неравенство: $\frac{27}{x} > \sqrt{x}$.

4. Вася добирается из дома до института за 45 минут. Из них 15 минут он идёт пешком, а остальное время едет на метро. Проснувшись утром, Вася обнаружил, что проспал. Подумав, он решил, что если он будет бежать бегом, то может выйти на 10 минут позже, чем обычно. Успеет ли Вася добраться до института вовремя, если бежит он в 2 раза быстрее, чем идёт пешком? На сколько минут позже ему можно выходить из дома, чтобы точно не опоздать в институт?

5. Окружности радиусов 1 и 4 касаются внешним образом. К окружностям проведена общая касательная;

- а) найти расстояние между точками касания окружностей;
- б) найти расстояния между всеми парами точек большей окружности, через которые проходят общие касательные, удовлетворяющие условиям задачи.

6. Построить график функции $f(x) = -\frac{1}{(\sqrt{x})^2}$. При каких значениях параметра a уравнение $a - 2x = -\frac{1}{(\sqrt{x})^2}$ имеет единственное решение?