

Вариант ФМШ2016-II-09-1

1. Решите уравнение: $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$
2. На координатной плоскости изобразите множество точек $(x; y)$, координаты которых удовлетворяют уравнению:

$$y + |y + 1| = x \cdot |y + 1|$$

3. Дан треугольник AB_1B_2 . На прямой B_1B_2 отмечена точка B_3 так, что $|B_2B_3| = |B_1B_2|$. Затем на этой же прямой отмечена точка B_4 так, что $|B_3B_4| = |B_2B_3|$, точка B_5 , что $|B_4B_5| = |B_3B_4|$ и т.д. Найдите сумму площадей треугольников:

$$AB_2B_3, AB_4B_5, AB_6B_7, AB_8B_9, \dots, AB_{98}B_{99},$$

если известна площадь треугольника $AB_{100}B_{101}$. Единственное ли решение имеет данная задача? Ответ обоснуйте.

4. Чайка A горизонтально летит по направлению к вершине десятиметрового столба с постоянной скоростью. В тот момент, когда чайке A оставалось лететь до столба 30 м, от его подножия под углом к горизонту и по направлению к траектории движения чайки A вылетела чайка B с постоянной скоростью, в 2 раза меньшей скорости чайки A . Найдите длину пути, который пролетела чайка A до столкновения с чайкой B .
(Автор задачи – Вячеслав Лукьянчук, 10 класс, г. Пермь.)

5. Упростите выражение:

$$(9^2 + 5^2) \cdot (9^4 + 5^4) \cdot (9^8 + 5^8) \cdot (9^{16} + 5^{16}) \cdot (9^{32} + 5^{32}) \cdot (9^{64} + 5^{64})$$

6. Что называется отрезком? Может ли пересечение двух отрезков не являться отрезком? Может ли объединение какого-либо количества отрезков являться интервалом? Ответы обоснуйте.

7. При каких значениях a решения уравнения

$$\frac{(7x^2 + (7x)^2 + 7^2x) \cdot \left(\frac{x^2}{7} + \left(\frac{x}{7} \right)^2 + \frac{x}{7^2} \right) \cdot 7}{x} = \left(a + \frac{7}{x} \right) \cdot x^2$$

будут целыми? (На основе задачи Данила Ермохина, 8 класс, г. Кимовск, Тульская обл.)

Вариант ФМШ2016-II-09-2

1. Решите уравнение: $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 10 = 0$
2. На координатной плоскости изобразите множество точек $(x; y)$, координаты которых удовлетворяют уравнению:

$$y - |y - 1| = |y - 1| \cdot x$$

3. Дан треугольник AB_1B_2 . На прямой B_1B_2 отмечена точка B_3 так, что $|B_2B_3| = |B_1B_2|$. Затем на этой же прямой отмечена точка B_4 так, что $|B_3B_4| = |B_2B_3|$, точка B_5 , что $|B_4B_5| = |B_3B_4|$ и т.д. Найдите сумму площадей треугольников:

$$AB_1B_2, AB_3B_4, AB_5B_6, AB_7B_8, \dots, AB_{97}B_{98},$$

если известна площадь треугольника $AB_{99}B_{100}$. Единственное ли решение имеет данная задача? Ответ обоснуйте.

4. Чайка A горизонтально летит по направлению к вершине пятиметрового столба с постоянной скоростью. В тот момент, когда чайке A оставалось лететь до столба 20 м, от его подножия под углом к горизонту и по направлению к траектории движения чайки A вылетела чайка B с постоянной скоростью, в 3 раза меньшей скорости чайки A . Найдите длину пути, который пролетела чайка A до столкновения с чайкой B .
(Автор задачи – Вячеслав Лукьянчук, 10 класс, г. Пермь.)

5. Упростите выражение:

$$(7^2 + 3^2) \cdot (7^4 + 3^4) \cdot (7^8 + 3^8) \cdot (7^{16} + 3^{16}) \cdot (7^{32} + 3^{32}) \cdot (7^{64} + 3^{64})$$

6. Что называется интервалом? Может ли объединение двух интервалов не являться интервалом? Может ли пересечение какого-либо количества интервалов являться отрезком? Ответы обоснуйте.

7. При каких значениях a решения уравнения

$$\frac{(9x^2 + (9x)^2 + 9^2x) \cdot \left(\frac{x^2}{9} + \left(\frac{x}{9} \right)^2 + \frac{x}{9^2} \right) \cdot 9}{x} = \left(a + \frac{9}{x} \right) \cdot x^2$$

будут целыми? (На основе задачи Данила Ермохина, 8 класс, г. Кимовск, Тульская обл.)