

Вариант ФМШ2015-II-09-1

$$1. \text{ Упростите выражение: } 4 \cdot \frac{2 \cdot \frac{a}{a^2 b}}{3 \cdot \frac{a^3 b^2 c}{5 \cdot \frac{a^4 b^3 c^2 d}{6 \cdot \frac{a^3 b^2 c}{7 \cdot \frac{a^2 b}{a}}}}}$$

2. Какое из чисел $\sqrt{2}$ или $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ближе к 1? Обосновать ответ без привлечения калькулятора.

3. Дайте определение рационального уравнения. Может ли рациональное уравнение иметь бесконечное множество решений? Может ли оно иметь своим решением все действительные числа, кроме какого-либо одного? Ответы обосновать.

4. Турист прошёл путь между двумя городами с некоторой постоянной скоростью, а возвращался со скоростью на 0,5 км/ч меньшей. Какова была первоначальная скорость туриста, если известно, что средняя скорость на всём пути следования составила 4 км/ч.

5. Покажите, что площадь равностороннего треугольника, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей равносторонних треугольников, построенных на его катетах. Какие еще фигуры обладают аналогичным свойством?

6. Пусть $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = x + 1$.

Постройте график функции $y = f(g(f(g(x))))$.

7. При каких значениях a уравнение $x^2 - 4ax + 4a^2 - 25 = 0$ имеет два корня, каждый из которых больше 2?

Вариант ФМШ2015-II-09-2

$$1. \text{ Упростите выражение: } \frac{\frac{a^4}{a^3 b^4} \cdot 2}{\frac{a^2 b^3 c^4}{a \cdot b^2 c^3 d^4} \cdot 3} \cdot 4 \cdot \frac{\frac{a^2 b^3 c^4}{a^3 b^4} \cdot 6}{\frac{a^3 b^4}{a^4} \cdot 7}$$

2. Какое из чисел $\sqrt{3}$ или $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ближе к 1? Обосновать ответ без привлечения калькулятора.

3. Дайте определение рационального неравенства. Может ли рациональное неравенство иметь своим решением только одно действительное число? Может ли множество решений рационального неравенства состоять только из нескольких натуральных чисел? Ответы обосновать.

4. Турист прошёл путь между двумя городами с некоторой постоянной скоростью, а возвращался со скоростью на 1 км/ч меньшей. Какова была первоначальная скорость туриста, если известно, что средняя скорость на всём пути следования составила 4 км/ч.

5. Покажите, что площадь круга с диаметром, являющимся гипотенузой некоторого прямоугольного треугольника равна сумме площадей кругов с диаметрами, равными катетам этого прямоугольного треугольника. Какие еще фигуры обладают аналогичным свойством?

6. Пусть, $f(x) = x - 1$, $g(x) = \frac{1}{x}$.

Постройте график функции $y = f(g(f(g(x))))$.

7. При каких значениях a уравнение $x^2 - (2a - 2)x + a^2 - 2a = 0$ имеет два корня, каждый из которых принадлежит интервалу $(-5; 5)$?