

Региональный вступительный экзамен в СУНЦ МГУ по математике
Физико-математическое отделение. 2011 год.
Для 9-го класса (поступающие в 10).
На работу отпускается 120 минут.

Вариант 1

- (2 балла)** Произведение двух отрицательных чисел, отличающихся на 3, равно 13. Чему равна сумма этих чисел?
- (2 балла)** Число 7 возведено в седьмую степень. Полученное число снова возведено в седьмую степень и т.д. Возведение повторено 2011 раз. Определите, какой цифрой заканчивается полученное число.
- (3 балла)** Дан равнобедренный треугольник ABC. На его основании AB отмечена точка D, после чего на продолжении основания за точку B отмечена точка E, так что AD=BE. При каком положении точки D высота EH треугольника ECD будет максимальна?
- (3 балла)** При каком значении a множество точек, координаты которых (x, y) удовлетворяют равенству $|y - 2x| = x$, совпадает с множеством точек, координаты которых удовлетворяют равенству $|ax - y| = y$?

Вариант 2

- (2 балла)** Произведение двух отрицательных чисел, отличающихся на 5, равно 11. Чему равна сумма этих чисел?
- (2 балла)** Число 3 возведено в третью степень. Полученное число снова возведено в третью степень и т.д. Возведение повторено 2011 раз. Определите, какой цифрой заканчивается полученное число.
- (3 балла)** Дан равнобедренный треугольник ABC. На его основании AB отмечена точка D, после чего на продолжении основания за точку B отмечена точка E, так что AD=BE. При каком положении точки D высота EH треугольника ECD будет максимальна?
- (3 балла)** При каком значении b множество точек, координаты которых (x, y) удовлетворяют равенству $|x - 2y| = y$, совпадает с множеством точек, координаты которых удовлетворяют равенству $|by - 2x| = x$?

Обратите внимание, что количество баллов за каждую задачу указано в скобках.
Максимум можно набрать 10 баллов.

Московский вступительный экзамен в СУНЦ МГУ по математике
Физико-математическое отделение. 2011 год.
Для 9-го класса (поступающие в 10).
На работу отпускается 120 минут.

Вариант 1

- Сравнить два числа $\sqrt{27} + \sqrt{6} - 1$ и $\sqrt{48}$.
- Найти сумму всех несократимых дробей со знаменателем 3, заключенных между целыми положительными 25 и 75.
- Множество Φ состоит из точек, координаты которых (x, y) в прямоугольной системе координат удовлетворяют соотношению $y = |y - 2x^2|$. При каких значениях a прямая $y - 3x = a$ будет иметь ровно три общие точки с множеством Φ .
- Доля отличников в классе больше $2/5$, но меньше $3/7$, а всего в классе не больше 15 учеников. Сколько всего в классе учеников?
- Прямая, проходящая через вершину параллелограмма, делит его площадь в отношении 8:3. В каком отношении эта прямая делит диагональ параллелограмма?

Региональный вступительный экзамен в СУНЦ МГУ по математике

Физико-математическое отделение. 2011 год.

Для 10-го класса (поступающие в 11).

На работу отпускается 120 минут.

Вариант 1

- (2 балла)** Решите в целых числах уравнение $xy - 2x + 3y = 5$.
- (2 балла)** График квадратной функции f проходит через точки $(-7;4)$, $(-3;1)$, $(5,1)$. Чему равно $f(9)$?
- (3 балла)** Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOB , BOC , COD равны соответственно 15, 10, 21. Точка M – середина BC . Чему равна площадь AMD ?
- (3 балла)** Каждый город некоторой страны соединен дорогой ровно с семью другими, а среди любых тринадцати городов есть хотя бы одна пара соединенных дорог. Какое наибольшее количество городов может быть в этой стране?

Вариант 2

- (2 балла)** Решите в целых числах уравнение $xy + 2y - 3x = 5$.
- (2 балла)** График квадратной функции f проходит через точки $(-6;5)$, $(-3;2)$, $(7,2)$. Чему равно $f(10)$?
- (3 балла)** Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOB , BOC , COD равны соответственно 21, 12, 8. Точка M – середина BC . Чему равна площадь AMD ?
- (3 балла)** Каждый город некоторой страны соединен дорогой ровно с пятью другими, а среди любых семнадцати городов есть хотя бы одна пара соединенных дорог. Какое наибольшее количество городов может быть в этой стране?

Обратите внимание, что количество баллов за каждую задачу указано в скобках.

Максимум можно набрать 10 баллов.

Московский вступительный экзамен в СУНЦ МГУ по математике

Физико-математическое отделение. 2011 год.

Для 10-го класса (поступающие в 11).

На работу отпускается 120 минут.

Вариант 1

- Известно, что число $(\sqrt{40} - \sqrt{24})\sqrt{4 - \sqrt{15}}(4 + \sqrt{15})$ является целым. Найти это целое число.
- Сумма нескольких последовательных натуральных чисел равна 448. Найти все такие наборы чисел.
- На стороне AB треугольника ABC отмечена точка D , а на отрезке CD отмечена точка E , причем $AD:DB = CE:ED$. Площадь треугольника BCE равна 12. Какова наименьшая возможная площадь треугольника ABC ?
- На плоскости отмечено 4 красных, 5 синих и 7 зеленых точек. Сколько существует различных треугольников с вершинами в этих точках, у которых не все вершины окрашены в один цвет и не все вершины окрашены в разные цвета (например: две вершины красных и одна синяя)?
- Известно, что функция $f(x) = x^3 - x - 3$ имеет единственный корень a , больший 1. Что больше: a или $\sqrt[3]{7}$?

Вступительный экзамен в СУНЦ МГУ по математике

Химико-биологическое отделение. 2011 год.

На работу отпускается 120 минут.

1. Цену на некоторый товар сначала снизили на 40%, а потом повысили на 30%. На сколько процентов и как изменилась первоначальная цена товара?
2. Андрей, Борис, Вадим и Геннадий заняли первые четыре места в соревновании по перетягиванию каната. На вопрос корреспондента, какое место занял каждый из них, было получено три ответа:
 - 1) Андрей – первое, Борис – второе,
 - 2) Андрей – второе, Геннадий – третье,
 - 3) Вадим – второе, Геннадий – четвертое.

В каждом из этих ответов одна часть правдива, а вторая ложна. Кто занял какое место?

3. Не пользуясь калькулятором, сравните с единицей выражение
$$\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{15}{3-\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{1}{5+\sqrt{3}}.$$
4. Диагонали AC и BD четырехугольника ABCD перпендикулярны и равны 2 и 8 соответственно. Найдите площадь четырехугольника, образованного отрезками, соединяющими середины сторон четырехугольника ABCD.
5. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{ax^2 + (a-3)x + 1}{3x+1} = 0$ не имеет решений?