

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 120****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

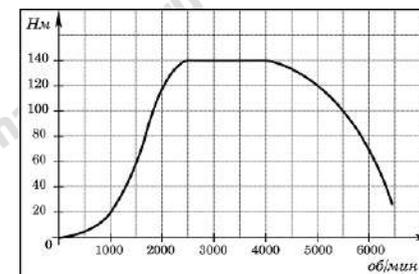
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

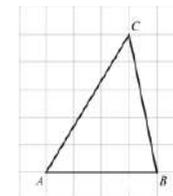
Часть 1

1. На бензоколонке один литр бензина стоит 32 руб. 60 коп. Водитель залил в бак 30 литров бензина и купил бутылку воды за 48 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1500 рублей?

2. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н*м. Скорость автомобиля (в км/ч) приблизительно выражается формулой $V = 0,036n$, где n — число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был не меньше 120 Н*м? Ответ дайте в километрах в час.



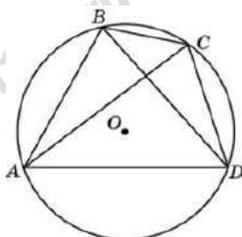
3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



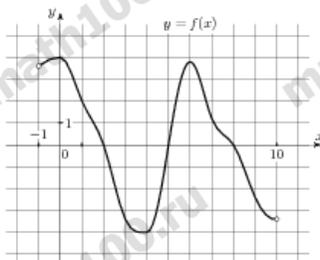
4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков делится на 5, но не делится на 30.

5. Решите уравнение $\sqrt[3]{2^x - 1} = 49^{\frac{1}{6}}$.

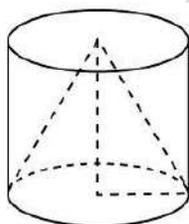
6. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 110° , угол ABD равен 70° . Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 10)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



8. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Найдите объем конуса, если объем цилиндра равен 150.



Часть 2

9. Найдите значение выражения:
$$\frac{\sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 8\alpha\right)}$$

10. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = \text{const}$, где p — давление в газе в паскалях, V — объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = \frac{5}{3}$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем V может занимать газ при давлениях p не ниже $3,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$? Ответ выразите в кубических метрах.

11. Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

12. Найдите точку максимума функции $y = \frac{16}{x} + x + 3$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$4^{\sin x} + 4^{-\sin x} = \frac{5}{2}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

14. Основание пирамиды $SABCD$ — ромб $ABCD$ с углом 60° при вершине A . Боковое ребро SD перпендикулярно плоскости основания и равно стороне основания.

- а) Докажите, что прямые AC и SB перпендикулярны.
- б) Найдите расстояние между этими прямыми, если сторона основания пирамиды равна $2\sqrt{2}$.

15. Решите неравенство:

$$\frac{2}{0,5x\sqrt{5}-1} + \frac{0,5x\sqrt{5}-2}{0,5x\sqrt{5}-3} \geq 2.$$

16. Трапеция, одно основание которой в 5 раз больше другого, такова, что в неё можно вписать окружность и вокруг неё можно описать окружность.

- а) Докажите, что центр описанной около трапеции окружности расположен вне трапеции.
- б) Найдите радиус окружности, описанной около трапеции, если меньшее основание равно $\sqrt{70}$.

17. В двух областях есть по 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,3 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда. Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом

области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$2\pi^2(x-2)^2 + 4a \cos(2\pi x) - 25a^3 = 0$$

имеет единственный корень.

19. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1512 и

- а) пять;
б) четыре;
в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?