

Тренировочный вариант Новогодний (№12)
ЕГЭ по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень)
от сайта ЯГУБОВ.РФ



Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Лена не успела подарить подарки всем своим подружкам и поэтому 31 декабря побежала в гипермаркет за подарками. Для каждой подружки Лене нужно купить антисептик для рук, набор для ухода за кожей и две пары смешных носков. Антисептики продаются по цене 200 рублей за штуку, набор для ухода за кожей стоит 1480 рублей, а одна пара носков — 350 рублей. Лене нужно купить такой набор ещё 3 своим подружкам. Так как Лена заботится о своём здоровье, то покупки она оплачивает картой. Сейчас на карте у Лены 8600 рублей. Сколько рублей у неё должно остаться на карте после её покупки?

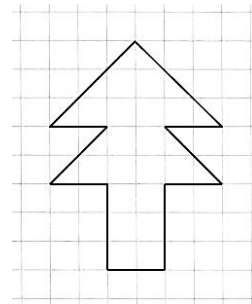
Ответ: _____.

2 На графике показана зависимость цены биткоина (в долларах) от даты. 22 января 2018 года Роман Борисович купил данную валюту. Он ждал почти 3 года, чтобы вернуть свои деньги и лишь 16 октября 2020 года продал его за 11725,42 доллара. Какую прибыль он мог получить (в процентах), если бы продал его сейчас. Если понадобится, округлите ответ до целого числа.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке, если сторона одной клетки равна 2 см. Ответ дайте в см^2 .



Ответ: _____.

- 4 Ученики Вова и Петя мечтали попасть в данный вариант. И вот попали к концу года! Какая была вероятность (в процентах) этого события, если общее число учеников у Романа равно 29. Учитывайте, что сначала произвольно выбирается первый ученик, а затем второй. Если понадобится, ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

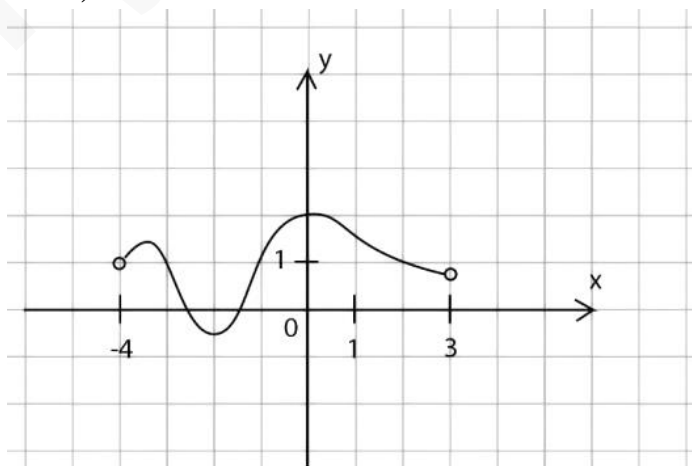
- 5 Найдите корень уравнения $x\sqrt{15-6\sqrt{6}} + x\sqrt{96} = 6 + 6\sqrt{6}$. Если корней несколько, в ответе запишите больший из них.

Ответ: _____.

- 6 У Миши в семье один из салатов подаётся к праздничному столу в особом виде — на блюде в виде трапеции, основания которой равны 10 и 17, а высота которой равна трети от суммы оснований. Найдите площадь верхней поверхности салата.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $f(x)$ — производной функции $F(x)$, определённой на промежутке $(-4; 3)$. Найдите количество нулей функции $f(x)$ на промежутке $(-3; -1)$.



Ответ: _____.

- 8 В семье у Димы принято на Новый Год всем гостям за столом наливать сок в узкие бокалы цилиндрической формы с радиусом основания 2 см. Хозяева же пьют сок из бокалов такой же формы, но с радиусом основания 3 см. Всем наливают сока поровну. На какой высоте находится сок у хозяев, если у гостей он находится на высоте 8,55 см? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{20\sin\alpha + 21\cos\alpha}{10\operatorname{tg}\alpha}$, если $\sin\alpha = 0,6$,

$$\alpha \in \left[1010\pi; \frac{2021\pi}{2}\right].$$

Ответ: _____.

- 10 Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $PV^\alpha = \text{const}$, где P (Па) — давление в газе, V — объем газа в кубических метрах, α — положительная константа. При каком наименьшем значении константы α увеличение в 3 раза объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 27 раз?

Ответ: _____.

- 11 В новогоднюю ночь Дед Мороз выехал из своего поместья в ближайший город раздавать подарки. Через 20 минут пути он понял, что забыл один мешок с подарками дома и попросил своего внука догнать Дедушку и передать ему мешок. Тогда внук вылетел на своих реактивных санях из дома и через 5 минут догнал Дедушку, который ехал к городу с неизменной скоростью, и отправился обратно. К моменту как они встретились, до города оставалось доехать всего 8 км. Найдите расстояние от поместья Деда Мороза до ближайшего города, если Дедушка приехал в город одновременно с тем, когда внук вернулся домой.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = x^{\frac{1}{3}}(4 - x)$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите систему уравнений

$$\begin{cases} |\sin 2x - \cos x| + 2\cos x = 0, \\ \sin 4x - \cos 3x = 0. \end{cases}$$

- б) Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $[2019\pi; 2021\pi]$.

- 14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ высота в два раза больше стороны основания. В призме провели сечение AB_1C_1 , которое разделило призму на две пирамиды.

а) Докажите, что объём пирамиды $ABCC_1B_1$ в два раза больше объёма пирамиды $AA_1B_1C_1$.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы.

- 15 Решите неравенство

$$\log_2 2\sqrt{x} - \log_2 \frac{x^2}{8} \geq 3.$$

- 16 В треугольнике ABC провели медианы AE и CD , F — их точка пересечения.

Также, выбрали точку K на медиане CD таким образом, что $\frac{FK}{KC} = \frac{1}{3}$. Продлив

AK , получим точку L пересечения прямой AK с прямой BC .

а) Докажите, что $S_{AKD} = 3 \cdot S_{KLC}$.

(площадь треугольника AKD в 3 раза больше площади треугольника KLC)

б) Найдите радиус вписанной в треугольник ABL окружности, если $AB = 17$, $AL = 15$, $LC = 4$.

17 Паша и Света купили новую квартиру и взяли кредит на мебель и бытовую технику на Рождество. Схема выплаты кредита следующая: с января по август нужно оплатить фиксированную сумму по кредиту, в сентябре на эту оставшуюся сумму кредита начисляются проценты, а с октября по декабрь ничего не происходит. Паша подсчитал, что взяв кредит на 3 года под 10% годовых, они должны будут выплатить 2 050 950 рублей за весь период, таким образом погасив кредит тремя равными платежами. На какую сумму взяли кредит Паша со Светой?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых количество корней уравнения $a \cos x + x = 2a \cos x - \sin x$ представимо в виде $4k + 2, k \in \mathbb{Z}$.

19 Во время новогодних каникул Петя с родителями пошёл в игровой центр. В одной из игровых комнат находится 2021 кубик одинакового размера. Так как время было раннее, то Петя был один в этой комнате и мог играть со всеми кубиками сразу.

а) Для начала Петя решил собрать несколько квадратов s , возможно, разными сторонам так, чтобы все 2021 кубик использовались. Получится ли у него это, если он хочет, чтобы сторона одного из квадратов была больше 40, а всего квадратов получилось 3?

б) Потом Петя захотел собрать из этих маленьких кубиков несколько больших кубов s , возможно, разными сторонами, но так, что сторона каждого куба была меньше 10, а также использовались все кубики. Удастся ли ему собрать 7 таких кубов?

в) Какое минимальное количество кубов s , возможно, разными сторонами нужно, чтобы все кубики были использованы? (6)

Примечание: Под «большим» кубом здесь понимается куб, состоящий из «маленьких» кубиков одного размера, 1 «маленький» кубик также может быть «большим». Аналогичное верно для квадратов.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

РЕПЕТИТОР ПО МАТЕМАТИКЕ
ЯГУБОВ.РФ
РОМАН БОРИСОВИЧ

АВТОРЫ И СОСТАВИТЕЛИ:

№ 2, 4 – Ягубов Р.Б. (Москва);

№ 1, 3, 5-19 – Гнатов М.А. (Долгопрудный).

ОФОРМЛЕНИЕ:

Рязанов Н.А. (Калининград).

ПРОВЕРКА:

Шеховцов В.А. (г. Новокубанск).

ПУБЛИКАЦИЯ:

Ягубова Т.Д. (г. Москва).

Система оценивания экзаменационной работы единого государственного экзамена по математике

Ответы к заданиям 1–12

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Ответ
1	1460
2	142
3	92
4	0,246
5	2
6	121,5
7	2
8	3,8
9	3,84
10	3
11	48
12	3

Ответы к заданиям 13–19

Каждое из заданий 13–19 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ и предоставил обоснованное решение. Задания 13, 14, 15 оцениваются 2 баллами, задания 16, 17 – 3 баллами, 18, 19 – 4 баллами соответственно. При неточностях баллы могут быть снижены.

Номер задания	Ответ
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{4039\pi}{2}; \frac{4041\pi}{2}$.
14	б) $\arccos \frac{\sqrt{57}}{19}$
15	$(0; \sqrt[3]{4}]$
16	б) 3
17	1 870 150 руб.
18	$a = (2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}$.
19	а) да, варианты: 41-14-12, 41-18-4, 42-16-1, 44-7-6, 44-9-2 б) да, вариант один: 9-9-8-3-2-2-2 в) 6