

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 117****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

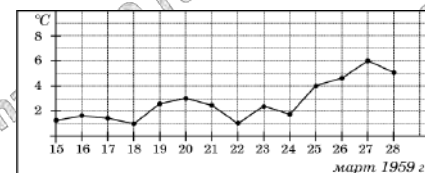
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

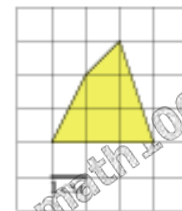
Часть 1

1. На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 28 литров бензина по цене 28 руб. 50 коп. за литр. Какую сумму должен получить клиент сдачи? Ответ дайте в рублях.

2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Пскове каждый день с 15 по 28 марта 1959 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода среднесуточная температура была от 2 до 7 градусов Цельсия.



3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

5. Решите уравнение $\log_2(x^2 + \sqrt{x} + 2) = \log_2(\sqrt{x} + 6)$.

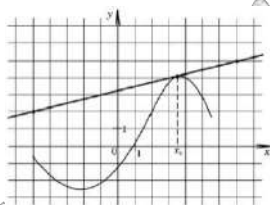
Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите их произведение.

6. Большее основание равнобедренной трапеции равно 34.

Боковая сторона равна 14. Синус острого угла равен $\frac{2\sqrt{10}}{7}$.

Найдите меньшее основание.

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



8. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{10\sin 6\alpha}{3\cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$

10. К источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 55$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом, хотят подключить нагрузку с

сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой $U = \frac{\mathcal{E} R}{R + r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 50 В? Ответ выразите в Омах.

11. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 63)e^{x-62}$ на отрезке $[61; 63]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(4\sin^4 x - 1)\sqrt{-\cos x} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14. Через вершину S и диагональ BD основания правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$ проведена плоскость α .

а) Докажите, что расстояние от центра основания до этой плоскости в три раза меньше расстояния до этой плоскости от точки F .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α , если сторона основания равна $\sqrt{3}$, а угол между боковой гранью и плоскостью основания равен 60° .

15. Решите неравенство:

$$\lg^4 x - 4\lg^3 x + 5\lg^2 x - 2\lg x \geq 0.$$

16. Окружность, вписанная в четырёхугольник $ABCD$, делит стороны AD и CD точками касания в одном и том же отношении, считая от вершины D .

а) Докажите, что диагонали четырёхугольника перпендикулярны.

б) Известно, что около четырёхугольника можно описать окружность, $AD = 56$ и $BD = 70$. Найдите радиус окружности, вписанной в четырёхугольник.

17. 15 декабря планируется взять кредит в банке на S тысяч рублей на 32 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа первый и последний месяцы долг должен уменьшиться на 250 тысяч рублей, все остальные месяцы долг

должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на a тысяч рублей.

Найдите S , если всего было выплачено банку 2061,5 тысяч рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решений неравенства

$$(x^2 - 4x + a)(a - 4|x| + 9) \leq 0$$

является объединение ровно двух непересекающихся промежутков числовой прямой.

19. На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа a и b , записанных на доске заменяется на два числа: $a + b$ и $2a - 1$ или $a + b$ и $2b - 1$.

Пример: числа 2 и 3 заменяются на 3 и 5, на 5 и 5, соответственно.

а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из чисел, написанных на доске, окажется числом 19.

б) Может ли после 50 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 100?

в) Сделали 2015 ходов, причем на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?