

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 113****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

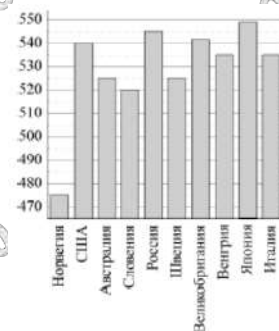
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

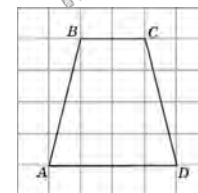
Часть 1

1. Поезд Йошкар Ола-Москва отправляется в 18:00, а прибывает в 9:00 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

2. На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса, по естествознанию в 2007 году (по 1000-балльной шкале). По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл участников выше, чем в Венгрии.



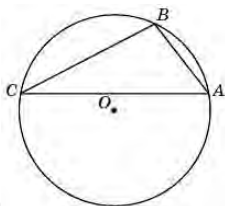
3. Найдите среднюю линию трапеции $ABCD$, если стороны квадратных клеток равны 1.



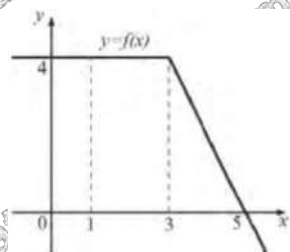
4. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

5. Решите уравнение $\log_4(2x+4) = \log_2(x+2) - 1$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите их произведение.

6. Точки A, B, C , расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные меры которых относятся как $1 : 3 : 5$. Найдите больший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл $\int_1^5 f(x) dx$



8. В правильной четырехугольной пирамиде все ребра равны 4. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых ребер.

10. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объем газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объем газа равен 1,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объема нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

11. Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите точку минимума функции $y = 4x - 4\ln(x+7) + 6$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\sqrt{7} \cdot \left(4^{\log_2 \sqrt{2+\sqrt{7}}} + 4^{\log_{16} (2-\sqrt{7})^2} \right)$$

13. а) Решите уравнение

$$\frac{26 \cos^2 x - 23 \cos x + 5}{13 \sin x - 12} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; 2\pi]$.

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 24, а боковое ребро SA равно 19. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5 : 1, считая от точки C .

б) Найдите площадь многоугольника, который является сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

15. Решите неравенство:

$$\frac{2 \cdot 8^{x-1}}{2 \cdot 8^{x-1} - 1} \geq \frac{3}{8^x - 1} + \frac{8}{64^x - 5 \cdot 8^x + 4}.$$

16. Из вершины C прямого угла прямоугольного треугольника ABC проведена высота CH .

а) Докажите, что отношение площадей кругов, построенных на отрезках AH и BH соответственно как на диаметрах равно $\operatorname{tg}^4 \angle ABC$.

б) Пусть точка O_1 — центр окружности диаметра AH , вторично пересекающей отрезок AC в точке P , а точка O_2 — центр окружности с диаметром BH , вторично пересекающей отрезок BC в точке Q . Найдите площадь четырёхугольника O_1PQO_2 , если $AC = 22$ и $BC = 18$.

17. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на срок 15 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,9 млн рублей, а наименьший — не менее 0,5 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt[4]{a^2 - 2a - 8} + |\lg^2 x - \lg x + a| = 0$$

имеет хотя бы один корень.

19. Несколько экспертов оценивают несколько кинофильмов. Каждый из них выставляет оценку каждому кинофильму — целое число баллов от 1 до 10 включительно. Известно, что каждому кинофильму все эксперты выставили различные оценки. Рейтинг кинофильма — это среднее геометрическое оценок всех экспертов. Среднее геометрическое чисел $a_1, \dots, a_n$ равно $\sqrt[n]{a_1 \cdot \dots \cdot a_n}$. Оказалось, что рейтинги всех кинофильмов — различные целые числа.

а) Могло ли быть 2 эксперта и 5 кинофильмов?

б) Могло ли быть 3 эксперта и 4 кинофильма?

в) При каком наибольшем количестве экспертов описанная ситуация возможна для одного кинофильма?