

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 112****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

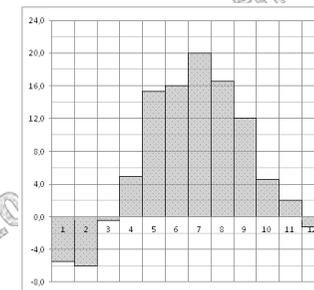
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

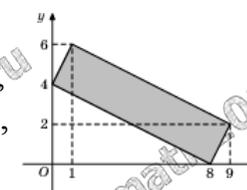
Часть 1

1. На счете Настинного мобильного телефона было 56 рублей, а после разговора с Сашей осталось 21 рубль. Сколько минут длился разговор с Сашей, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек.

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



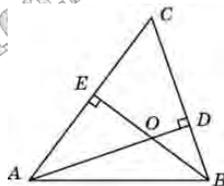
3. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (8;0), (9;2), (1;6), (0;4).



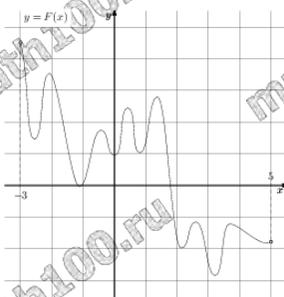
4. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,71. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

5. Решите уравнение $72x^4 + 23x^2 - 95 = 0$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите их произведение.

6. Два угла треугольника равны 58° и 72° . Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ и одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-2; 4]$



8. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра $AB = 24$, $AD = 10$, $AA_1 = 22$. Найдите площадь сечения, проходящего через точки A , A_1 и C .

Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5}$$

10. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии

горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где

$R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?

11. Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3} \cdot x - 2\sqrt{3} \pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sin 2x = \sin x - 2 \sin \left(x - \frac{3\pi}{2} \right) + 1$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi \right]$.

14. Проведены две параллельные плоскости по одну сторону от центра сферы на расстоянии 3 друг от друга. Эти плоскости дают в сечении две окружности, длины которых равны 18π и 24π .

а) Точка H — ортогональная проекция произвольной точки меньшей окружности на плоскость большей. Докажите, что точка H делит проходящий через неё диаметр большей окружности в отношении 1 : 7.

б) Найдите объём шара, ограниченного данной сферой.

15. Решите неравенство:

$$\log_6(64^x + 36^x - 65 \cdot 8^x + 64) \geq 2x.$$

16. Из точки A проведены секущая и касательная к окружности радиуса $2\sqrt{7}$. Пусть B — точка касания, а D и C — точки пересечения секущей с окружностью, причём точка D лежит между A и C . Известно, что BD — биссектриса треугольника ABC и её длина равна $2\sqrt{7}$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние от точки A до центра окружности.

17. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн руб., где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

• в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 1 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_{1-x}(a - x + 2) = 2$$

имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $[-1; 1)$.

19. На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -5 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -18 .

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?