

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 110****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

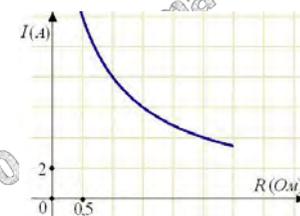
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

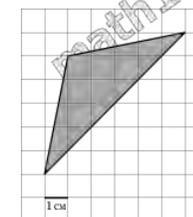
Часть 1

1. В розницу один номер еженедельного журнала стоит 24 рубля, а полугодовая подписка на этот журнал стоит 460 рублей. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей можно сэкономить за полгода, если не покупать каждый номер журнала отдельно, а получать журнал по подписке?

2. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Ом), на оси ординат — сила тока в Амперах. На сколько ампер изменится сила тока, если увеличить сопротивление с 0,5 Ом до 2,5 Ом?



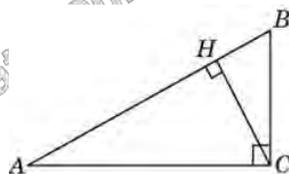
3. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



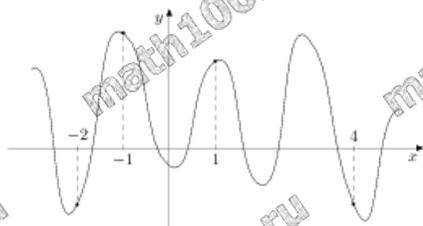
4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что разность выпавших очков равна 1 или 2.

5. Решите уравнение $\sqrt{x+3} = x+1$. В ответ запишите наименьший корень уравнения.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол A равен 30° , $AB = 2\sqrt{3}$. Найдите высоту CH .



7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 1, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



8. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 19. Найдите ребро куба.

Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$3^{\sqrt{\log_3 2}} - 2^{\sqrt{\log_2 3}} + (5^{\log_3 7})^{\log_5 3}$$

10. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по

закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 20^\circ / \text{мин}$ —

начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ / \text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1200° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

11. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 3x + 1$ на отрезке $[1; 9]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 5 : 3$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 5 : 11$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 6\sqrt{2}$, $AD = 10$, $AA_1 = 16$.

- а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
- б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT .

15. Решите неравенство:

$$3^{|x|} - 8 - \frac{3^{|x|} + 9}{9^{|x|} - 4 \cdot 3^{|x|} + 3} \leq \frac{5}{3^{|x|} - 1}.$$

16. Дан треугольник со сторонами 25, 25 и 48.

- а) Докажите, что он тупоугольный.
- б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей.

17. 31 декабря 2014 года Пётр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на определённое количество процентов), затем Пётр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года, а если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Пётр взял деньги в банке?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\operatorname{tg}(\pi x) \cdot \ln(x + a) = \ln(x + a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

19. Каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9 по одному записывают на 8 карточках. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
- б) Может ли в результате получиться 1?
- в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?