

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 109****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

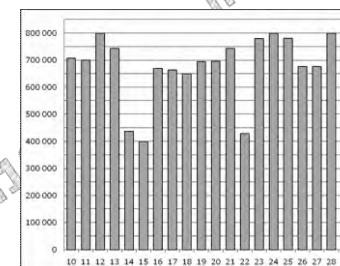
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

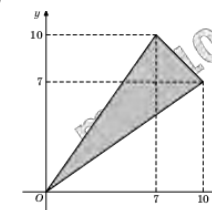
Часть 1

1. Стоимость проездного билета на месяц составляет 580 рублей, а стоимость билета на одну поездку — 20 рублей. Аня купила проездной и сделала за месяц 41 поездку. На сколько рублей больше она бы потратила, если бы покупала билеты на одну поездку?

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, каково наибольшее суточное количество посетителей сайта РИА Новости за указанный период.



3. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (0;0), (10;7), (7;10).

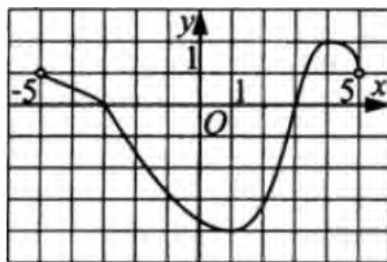


4. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36,8^{\circ}\text{C}$, равна 0,964. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36,8^{\circ}\text{C}$ или выше.

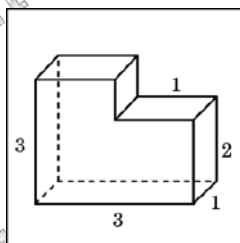
5. Решите уравнение $2^{\log_3(2x+1)} = 8$.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 3$, $\cos A = \frac{\sqrt{35}}{6}$. Найдите AH .

7. Функция $y = f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[-5; 5]$. На рисунке изображён график её производной. Найдите точку x_0 , в которой функция принимает наименьшее значение, если $f(-5) \geq f(5)$.



8. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\frac{(\sqrt[4]{24} + \sqrt[4]{6})^2}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{6}} + 3 \cdot \frac{1 - 2\sqrt[4]{5} + \sqrt{5}}{(\sqrt{3} - \sqrt[4]{45})^2}$$

10. Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700\,000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше $300\,000$ руб.

11. Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 42 \cos x - 45x + 35$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$|\cos x - 2 \sin x| - \cos x = -\cos x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\pi; \pi]$.

14. В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C , $AC = 4$, $BC = 16$, $AA_1 = 4\sqrt{2}$. Точка Q – середина ребра A_1B_1 , а точка P делит ребро B_1C_1 в отношении $1 : 2$, считая от вершины C_1 . Плоскость APQ пересекает ребро CC_1 в точке M .

а) Докажите, что точка M является серединой ребра CC_1 .

б) Найдите расстояние от точки A_1 до плоскости APQ .

15. Решите неравенство.

$$\log_2^2(4 + 3x - x^2) + 6\log_{0,5}(4 + 3x - x^2) < -8.$$

16. В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причем $AM = 2R$ и $CM = 3R$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 2$.

17. 31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определённую сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_5^2(4x^2 + 1) + (2a^2 - 3a + 4)\log_5(4x^2 + 1) + 9a^2 - a^4 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

19. На сайте проводится опрос, кого из 134 футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста — доля голосов, отданных за него, в процентах, округлённая до целого числа. Например, числа 9,3, 10,5 и 12,7 округляются до 9, 11 и 13 соответственно.

а) Всего проголосовало 17 посетителей сайта, и рейтинг первого футболиста стал равен 41. Увидев это, Вася отдал свой голос за другого футболиста. Чему теперь равен рейтинг первого футболиста?

б) Вася проголосовал за некоторого футболиста. Могла ли после этого сумма рейтингов всех футболистов уменьшиться не менее чем на 27?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма рейтингов всех футболистов?