

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 108****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

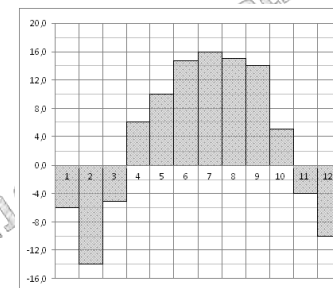
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

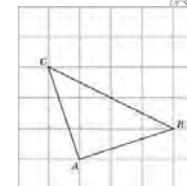
Часть 1

1. В магазине «Сделай сам» вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3300 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1994 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. Найдите высоту треугольника ABC , опущенную на сторону BC , если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{5}$.

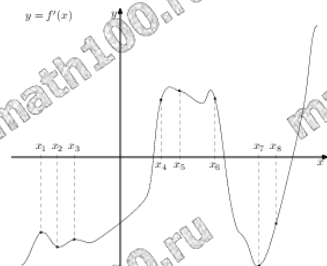


4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что разность выпавших очков равна 1 или 2.

5. Решите уравнение $\log_7(x^2 + 5x) = \log_7(x^2 + 6)$.

6. Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен 14° . Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



8. В основании прямой призмы лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 248. Найдите боковое ребро этой призмы.

Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\frac{6\cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) - 2\sin(5\pi - \alpha)}{2\sin(7\pi + \alpha) + 4\cos\left(\frac{17\pi}{2} - \alpha\right)}$$

10. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника $T_2 = 340$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

11. Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4, 5; 0]$.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{1}{\sin x} - 1 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой сторона основания равна 2, а боковое ребро равно 3. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

15. Решите неравенство:

$$1 + \frac{14}{3^x - 9} + \frac{48}{9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81} \geq 0.$$

16. Диагональ AC разбивает трапецию $ABCD$ с основанием AD и BC , из которых AD большее, на два подобных треугольника.

а) Докажите, что $\angle ABC = \angle ACD$.

б) Найдите отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, если известно, что $BC = 18$, $AD = 50$ и $\cos \angle CAD = 0,6$.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку в первые 12 месяцев?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 \sin\left(\frac{\pi + 2}{2} - x\right) + \sin^2\left(\frac{2x}{a+1} - \frac{2}{a+1}\right) - a\sqrt{4x^2 + 8 - 8x} = 3 + \arcsin|1 - x|$$

имеет единственный корень.

19. На доске написано число 7. Раз в минуту Вася дописывает на доску одно число: либо вдвое большее какого-то из чисел на доске, либо равное сумме каких-то двух чисел, написанных на доске (таким образом, через одну минуту на доске появится второе число, через две — третье и т.д.).

а) Может ли в какой-то момент на доске оказаться число 2012?

б) Может ли в какой-то момент сумма всех чисел на доске равняться 63?

в) Через какое наименьшее время на доске может появиться число 784?