

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 107****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

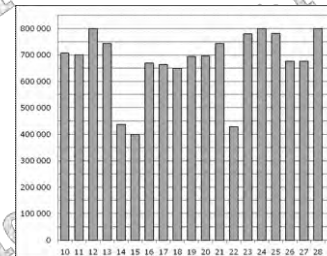
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

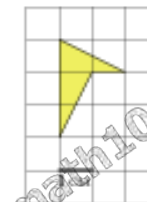
Часть 1

1. Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 64 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько было дней за данный период, когда на сайте РИА Новости было менее полумиллиона посетителей.



3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

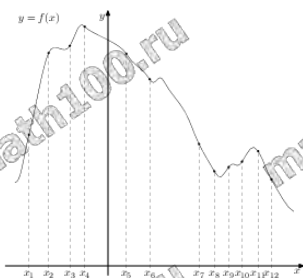


4. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 21 спортсмен, среди которых 10 участников из России, в том числе Владимир Егоров. Найдите вероятность того, что в первом туре Владимир Егоров будет играть с каким-либо спортсменом из России?

5. Решите уравнение $2^{\frac{x-2}{x-4}} = 8$.

6. У треугольника со сторонами 12 и 5 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 3. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне?

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



8. Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объем отсеченной треугольной призмы равен 3,75. Найдите объем исходной призмы.

Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\frac{2^{\log_{11} 363}}{2^{\log_{11} 3}} + (1 - \log_8 24)(1 - \log_3 24)$$

10. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90$ Ом. Параллельно с

ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление дается формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а

для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в Омах.

11. Смешали некоторое количество 99-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 1-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = -\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 3x + 1$ на отрезке $[1, 9]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x + \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. На диагонали BD_1 параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечена точка M , причём $BM : MD_1 = 1 : 3$. Через точку M проведена плоскость α , параллельная прямым AB_1 и CB_1 .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро AB в отношении $1 : 3$, считая от вершины A .

б) В каком отношении плоскость α делит объём параллелепипеда?

15. Решите неравенство.

$$\frac{\log_{0,5}(8x^2 + 24x - 16) + \log_2(x^4 + 6x^3 + 9x^2)}{x^2 + 3x - 10} \geq 0.$$

16. Окружность с центром O вписана в угол, равный 60° . Окружность большего радиуса с центром O_1 также вписана в этот угол и проходит через точку O .

а) Докажите, что радиус второй окружности вдвое больше радиуса первой.

б) Найдите длину общей хорды этих окружностей, если известно, что радиус первой окружности равен $2\sqrt{3}$.

17. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг

полностью. Найдите наименьший размер кредита (в млн рублей), при котором общая сумма выплат заёмщика превысит 10 млн.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(\operatorname{tg} x + 6)^2 - (a^2 + 2a + 8)(\operatorname{tg} x + 6) + a^2(2a + 8) = 0$$

имеет на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ ровно два решения.

19. Последовательность $(a_1, a_2, \dots, a_n, \dots)$ состоит из натуральных чисел, причём $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ при всех натуральных n .

а) Может ли выполняться равенство $5a_5 = 9a_4$?

б) Может ли выполняться равенство $5a_5 = 7a_4$?

в) При каком наибольшем натуральном n может выполняться равенство $3na_{n+1} = (n^2 - 1)a_n$?