

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 105****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

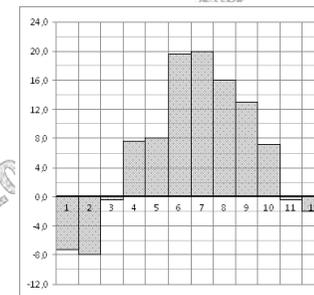
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

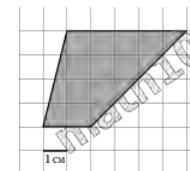
Часть 1

1. В розницу один номер еженедельного журнала стоит 24 рубля, а полугодовая подписка на этот журнал стоит 460 рублей. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей можно сэкономить за полгода, если не покупать каждый номер журнала отдельно, а получать журнал по подписке?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура не превышала 4 градусов Цельсия.



3. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

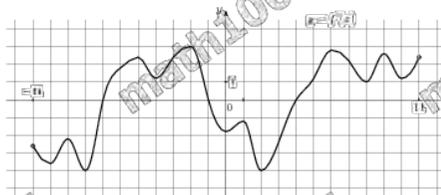


4. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 40 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 10 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

5. Решите уравнение $\frac{x^2 + x - 2}{x + 2} = 2$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите меньший.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 7$, $\operatorname{tg} A = \frac{4\sqrt{33}}{33}$. Найдите BH .

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-8; 10]$.



8. В треугольной призме две боковые грани перпендикулярны. Их общее ребро равно 10 и отстоит от других боковых ребер на 6 и 8. Найдите площадь боковой поверхности этой призмы.

Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\frac{0,5 \log_3 64 - 2 \log_3 2}{\log_3 2} + \sqrt[3]{81^{\log_9 6} - 7^{\log_7 9}}$$

10. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

11. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 3x + 1$ на отрезке $[1; 9]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right)$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

14. Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$ с вершиной S . Точка O — центр основания, K — основание перпендикуляра, опущенного из точки O на прямую SC .

- а) Докажите, что прямая OK перпендикулярна прямой BD .
 б) Найдите двугранный угол при боковом ребре пирамиды, если угол между боковым ребром и плоскостью основания равен 60° .

15. Решите неравенство:

$$\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}$$

16. Дана трапеция с диагоналями равными 8 и 15. Сумма оснований равна 17.

- а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
 б) Найдите площадь трапеции.

17. В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

- в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;
- с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредита банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 78 030 рублей больше суммы взятого кредита.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$ax = 12a + \sqrt{6|x| + 2x - x^2}$$

имеет нечетное число различных корней.

19. Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 48 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 12 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?