

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 337

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

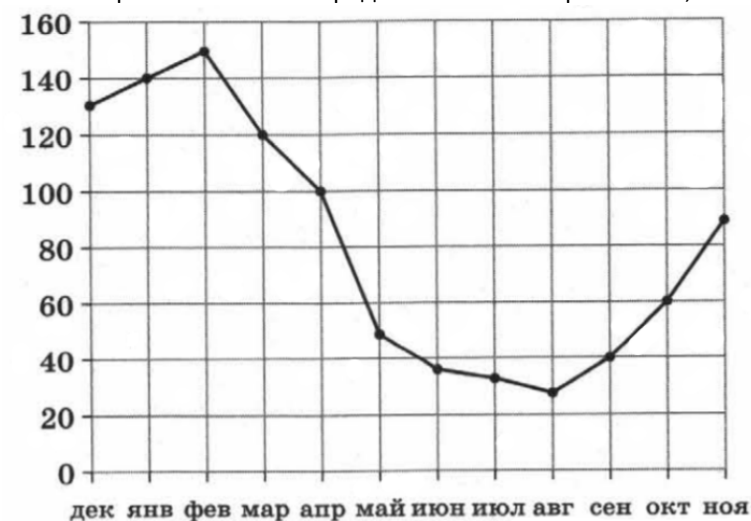
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Баба Яга за новогодние праздники от злости худеет на 20 кг. Но, все равно, даже после праздников, она весит на 45 кг больше, чем Кощей. Какой вес (кг) был у Бабы Яги до праздников, если она весила ровно в шесть раз больше Кощея. Вес Кощея не изменяется уже 100 лет.

Ответ: _____.

2. На рисунке жирными точками показаны объёмы месячных продаж санок в магазинах Великого Устюга. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – количество проданных санок. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Во сколько раз больше было продано санок в январе больше, чем в сентябре?



Ответ: _____.

3. Даны точки $A(-1;-4)$, $B(-1;-3)$, $C(-4;-3)$, $D(-1;-1)$, $E(-3;-1)$, $F(-1;1)$, $G(-2;1)$, $H(0;3)$, $I(2;1)$, $J(1;1)$, $K(3;-1)$, $L(1;-1)$, $M(4;-3)$, $N(1;-3)$, $O(1;-4)$. Найдите площадь фигуры ADCDEFGHIJKLMNOP.

Ответ: _____.

4. В мешок Деда Мороза, содержащий 2 коробки с подарками, опущена красная коробка с подарком, после чего из него наудачу извлечена одна коробка. Найдите вероятность того, что извлеченная коробка окажется красной, если равновозможны все возможные предположения о первоначальном составе коробок с подарками (по цвету). Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение: $\sqrt{x}(x+2)(x+2021)(x+2020)(x+1) - 4040 \cdot 2021\sqrt{x} = 0$
Если уравнение имеет несколько корней, то в ответе укажите их сумму.

Ответ: _____.

6. Точка пересечения биссектрис делит одну из биссектрис треугольника в отношении 2020:1, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 2021.

Ответ: _____.

7. Вычислить угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции

$$y = (2020x)^{2021x} \text{ в точке с абсциссой } x_0 = \frac{1}{2020}$$

Ответ: _____.

8. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Через точки B , D и середину ребра $D_1 C_1$ проведена секущая плоскость. Найдите площадь полной поверхности куба, если площадь сечения равна $2021 \cdot 3$.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Вычислите: $\log_{\frac{1}{2021}} \log_{2021} \sqrt[4042]{4084441}$

Ответ: _____.

10. Трактор тащит сани с силой $F=40,4$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной $S=100$ м вычисляется по формуле $A=FScos\alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 2020 кДж.

Ответ: _____.

11. Дед Мороз в 11:45 вышел в северном направлении со скоростью 5 км/ч. Через некоторое время из того же пункта на восток выехал Снеговик. Определите через какое количество минут после выхода Деда Мороза выехал Снеговик, если в 13:15 расстояние между ними было 12,5 км, а в 14:15 - 32,5 км.

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 2020\cos x - 2021x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2021^{\sin^4 x + \cos^4(x - \frac{\pi}{4})} = \sqrt[4]{2020 + (\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x}$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{\pi}{\log_{2020} 4080400}; 3 \log_{2021} (2010 + \lg 10^{11})^\pi \right]$$

14. Длина ребра куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна 2021. На ребрах AD и $B_1 C_1$ взяты соответственно точки M и Q , а на ребре CD – точки P и N так, что

$$AM = C_1 Q = CP = PN = \frac{2021}{3}.$$

а) Докажите, что тангенс угла между прямыми MP и QN равен $\frac{3\sqrt{3}}{28}$.

б) Найдите расстояние между прямыми MP и QN .

15. Решите неравенство:
$$\frac{2021^{\log_3(2x^2 - x)}}{2020 + \lg 10^{\sin^2 x + \cos^2 x}} \leq \frac{1}{(2021)^{-\log_3(6x-3) + \log_3^2 x}}$$

16. Две окружности пересекаются в точках A и K так, что их центры расположены по разные стороны от прямой, содержащей отрезок AK . Точки B и C лежат на разных окружностях. Прямая, содержащая отрезок AB , касается одной окружности в точке A . Прямая, содержащая отрезок AC , касается другой окружности также в точке A .

а) Докажите, что углы AKC и AKB равны

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $BK = 1$, $CK = 4$, а тангенс угла CAB равен

$$\frac{1}{\sqrt{15}}$$

17. Мороз Иванович для покупки новогодних подарков планирует в декабре взять кредит на целое число тысяч рублей на четыре года на следующих условиях:

- в июле каждого года действия кредита долг Мороза Ивановича возрастает на 10% по сравнению с началом года;

- в конце первого и третьего годов Мороз Иванович выплачивает только проценты по кредиту, начисленные за соответствующий текущий год;

- в конце второго и четвертого годов Мороз Иванович выплачивает одинаковые суммы, погашая к концу четвертого года весь долг полностью.

Найдите наименьший размер кредита в тыс.руб., при котором общая сумма выплат превысит 2021 тыс.руб.

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$a^2 + (x - 2021)^2 = |a - x + 2021| - |a + x - 2021|$$

имеет ровно два решения.

19. Дана бесконечная последовательность натуральных чисел, в которой k -й член задается формулой $a_k = 2k - 1$, где $k \in \mathbb{N}, k \geq 1$

а) Может ли сумма (число слагаемых не менее двух) некоторого набора идущих подряд членов последовательности равняться 2021?

б) Может ли сумма (число слагаемых не менее двух) некоторого набора идущих подряд членов последовательности равняться 289?

в) Может ли сумма некоторого набора идущих подряд членов последовательности равняться числу n^2 , где n – произвольное натуральное число?

г) Может ли сумма некоторого набора идущих подряд членов последовательности равняться числу n^3 , где n – произвольное натуральное число?