

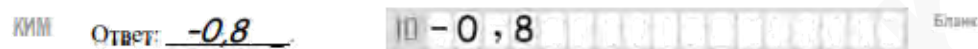
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 336

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

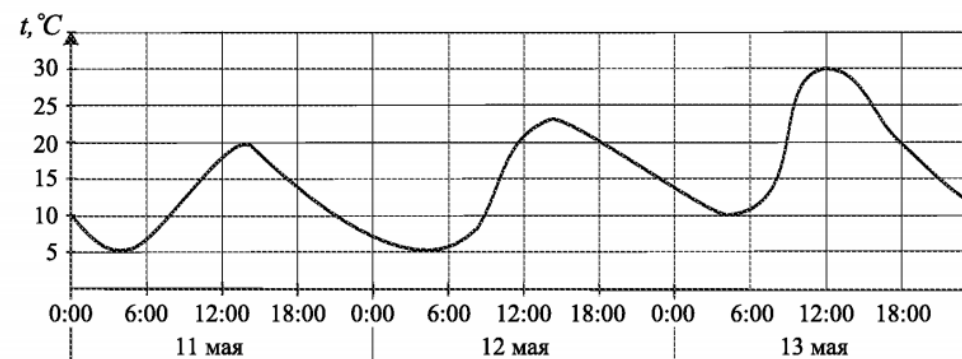
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Найдите двузначное число, если известно, что цифра его единиц на 2 больше цифры десятков и что произведение искомого числа на сумму его цифр равно 144.

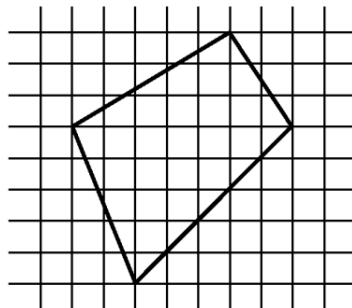
Ответ: _____.

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указываются дата и время суток, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку, на сколько градусов Цельсия наибольшая температура 13 мая превышала наибольшую температуру 11 мая?



Ответ: _____.

3. Найдите площадь фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

4. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% - с заболеванием L, 20% - с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7; для болезней L и М эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найдите вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение: $\sqrt{3-x} + \frac{6}{\sqrt{3-x}} = \sqrt{9-5x}$

Ответ: _____.

6. Сторона правильного шестиугольника ABCDEF равна $2020\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MPK, если точки М, Р и К – середины сторон AB, CD, EF соответственно.

Ответ: _____.

7. Прямая $y = x + 3$ является касательной к графику функции $y = ax^2 + 3x + c$, пересекающему ось ординат в точке А (0; -2). Найдите a .

Ответ: _____.

8. Основанием прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является прямоугольник ABCD, стороны которого равны $6\sqrt{5}$ и $12\sqrt{5}$. Высота призмы равна 8. Секущая плоскость проходит через вершину D_1 и середины ребер AD и CD. Найдите косинус угла между плоскостью основания и плоскостью сечения.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Упростите выражение:

$$\frac{\operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)(1 + \sin \alpha)}{\cos \alpha}$$

Ответ: _____.

10. Сосулька упала с крыши с высоты 40м. Высота $h(t)$, на которой находится падающая сосулька, зависит от времени падения t (с) следующим образом: $h(t) = 40 - 5t^2$. Определите, сколько секунд сосулька будет находиться на высоте не менее 15,8 м.

Ответ: _____.

11. Объемы ежегодной добычи нефти первой, второй и третьей скважин относятся как 6:7:10. Планируется уменьшить годовую добычу нефти из первой скважины на 10% и из второй – тоже на 10%. На сколько процентов нужно увеличить годовую добычу нефти из третьей скважины, чтобы суммарный объем добываемой за год нефти не изменился?

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x + \frac{8}{x^4}$ на отрезке $[-2; -1]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\log_{2020}^2(4-x) + \log_{2020}(4-x) \log_{2020}\left(x + \frac{1}{2}\right) = 2 \log_{2020}^2\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{2020}{2021}; \frac{2021}{2020} + \sqrt{3}\right]$

14. На боковых ребрах SA и SB правильного тетраэдра SABC взяты точки E и F так, что

$$\frac{AE}{ES} = \frac{BF}{FS} = 2$$

а) Докажите, что косинус угла между плоскостями CEF и ABC равен $\frac{7}{9}$.

б) Найдите площадь проекции треугольника CEF на плоскость основания ABC, если ребро тетраэдра равно 9.

15. Решите неравенство: $\log_{2|x|+1}(7x+4) - \log_{7x+4}(2|x|+1) > 0$

16. Точки E и F расположены соответственно на стороне BC и высоте BP

остроугольного треугольника ABC так, что $AP = 3, PC = \frac{11}{2}, BE : EC = 10 : 1$, а

треугольник AEF является равносторонним.

а) Докажите, что ортогональная проекция точки E на AC делит отрезок AC в отношении 1:16, считая от вершины C.

б) Найдите площадь треугольника AEF.

17. 15 июля планируется взять кредит 75 тысяч рублей на 15 месяцев. Условия погашения кредита таковы:

- с 1-го по 10-е число каждого месяца банк увеличивает долг, имеющийся на 1-е число, на 7,5%;
- с 11-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- долг на 15-е число каждого месяца должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько месяцев выплаты по погашению кредита будут меньше 6,25 тысячи рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} |x-1| + |x+1| - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 - 2ay + 2a = 1 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19. Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n$, состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_7$ ровно три числа делятся на 90?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{40}$ ровно 11 чисел делятся на 90?

в) Для какого наибольшего натурального числа n могло оказаться так, что среди $a_1, a_2, \dots, a_{3n}$ больше кратных 90, чем среди чисел $a_{3n+1}, a_{3n+2}, \dots, a_{7n}$, если дополнительно известно, что разность прогрессии равна 1?