Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 267

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

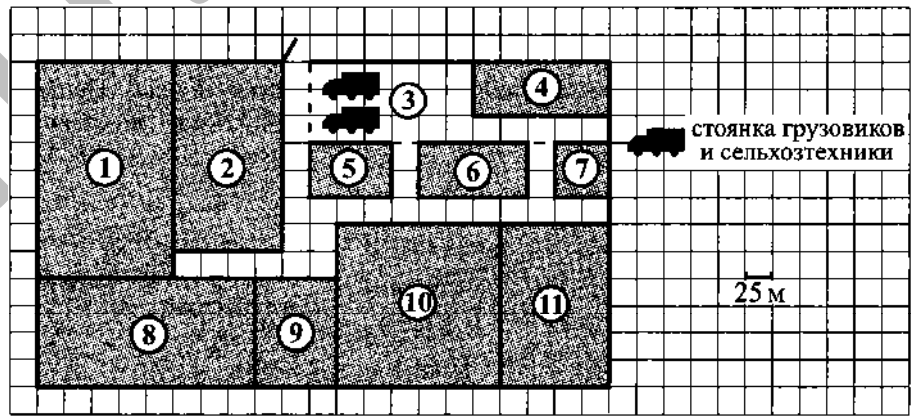
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане (см. выше) изображено садоводческое хозяйство, расположенное на территории прямоугольной формы. Сторона каждой клетки на плане равна 25 м. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на территорию хозяйства справа от ворот находится вишнёвый сад, а сразу за ним – участок с виноградом. Напротив входа между малинником и абрикосовым садом находится участок с крыжовником. Смородина растёт на участке, обозначенном числом 11, рядом с абрикосовым садом. Напротив участка со смородиной имеется цех по заморозке ягод. В углу территории хозяйства расположен склад готовой продукции. Хранилище свежих плодов и ягод расположено вдоль территории стоянки между консервным цехом и цехом по заморозке. К хозяйству подведено электричество.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2020 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими числами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов, запятых и других символов между ними.

Объект	Хранилище	Малинник	Консервный цех	Участок с виноградом
Числа				

Ответ: _____.

2. На участке с виноградом на каждые 5 м^2 земли высажены 2 куста. Средняя урожайность с одного куста винограда составила 8,2 кг. Какое максимальное количество литровых банок с виноградным соком произвёл консервный цех, если для приготовления 1 л сока требуется 1,4 кг винограда?

Ответ: _____.

3. Найдите суммарную площадь участков, занятых плодово-ягодными культурами. Ответ дайте в гектарах.

Ответ: _____.

4. Найдите длину диагонали прямоугольного поля, на котором высажена малина. Ответ дайте в метрах, округлив до десятых.

Ответ: _____.

5. Собственник хозяйства рассматривает два варианта орошения растений: капельное или дождевание. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе воды даны в таблице (см. ниже).

Обдумав оба варианта, собственник решил оборудовать капельное орошение. Через сколько суток непрерывной работы орошения экономия от использования капельного орошения вместо дождевания компенсирует разность в стоимости установки оборудования и монтажа? Ответ округлите до целых.

Орошение	Капельное	Дождевание
Стоимость оборудования (руб.)	996 820	770 710
Стоимость монтажа (руб.)	530 400	390 210
Средний расход воды (м^3/ч)	4	7
Стоимость воды (руб./м^3)	11	11

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $3^6 \cdot 9^{-2} \cdot 5^4 - 9 \cdot 125 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $a+b+c=1$. Найдите наибольшее значение выражения $\frac{a^2bc}{a^2+b^3+c^3}+\frac{ab^2c}{a^3+b^2+c^3}+\frac{abc^2}{a^3+b^3+c^2}$. В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\frac{1}{5}$ **2)** $\frac{1}{4}$ **3)** $\frac{1}{3}$ **4)** $\frac{1}{2}$

Ответ: _____.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2020 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

8. Найдите значение выражения $\left(\frac{a^2+3}{3a-2}+\frac{a^2+3}{a+2}\right):\frac{a^3+3a}{2-3a}+\frac{a^2-8a-16}{a+2}-a$ при $a=5-3\sqrt{7}$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение в действительных числах:

$$8x+1+4x\sqrt{2\left(8x^2+1\right)}+\left(4x+1\right)\sqrt{16x^2+8x+3}=0.$$

В ответе запишите корень данного уравнения.

Ответ: _____.

10. У короля Артура два одинаково мудрых советника — Мерлин и Персифаль. Каждый из них находит верный ответ на любой вопрос с вероятностью p или неверный ответ – с вероятностью $q=1-p$.

Если оба советника говорят одно и то же, король слушается их. Если они говорят противоположное, то король выбирает решение, подбрасывая монету.

Однажды Артур задумался – зачем ему два советника, не хватит ли одного? Тогда король позвал советников и сказал:

– Мне кажется, что вероятность принятия верных решений не уменьшится, если оставлю одного советника и буду его слушаться. Если это так, я должен уволить одного из вас. Если это не так, я оставлю все, как есть. Ответьте мне, должен ли я уволить одного из вас?

– Кого именно ты собираешься уволить, король Артур? – спросили советники.

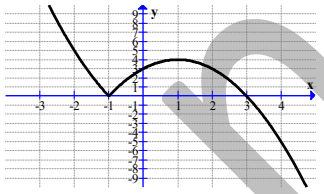
– Если я приму решение уволить одного из вас, то сделаю выбор с помощью жребия, бросив монету.

Советники ушли думать над ответом. Советники, повторим, одинаково мудрые, но не одинаково честные. Персифаль очень честен и постарается дать верный ответ, даже если ему грозит увольнение. А Мерлин, честный во всем прочем, в этой ситуации решает дать такой ответ, чтобы вероятность его увольнения была как можно меньше. Какова вероятность того, что Мерлин будет уволен?

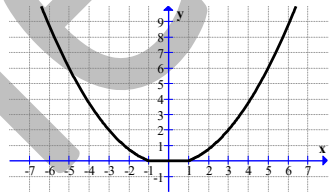
Ответ: _____.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других разделительных символов.

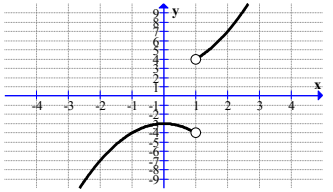
А)



Б)



В)



1) $y=\left(3-x\right)\cdot\left|x+1\right|$ **2)** $y=\frac{\left|x-1\right|\cdot\left(x^2+3\right)}{x-1}$ **3)** $y=\frac{\left|x^2-1\right|+\left|x^2-1\right|}{8}$

Ответ: _____.

12. Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле $a=\omega^2R$, где ω — угловая скорость (в с$^{-1}$), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите расстояние R (в метрах), если угловая скорость равна 9 с$^{-1}$, а центростремительное ускорение равно 648 м/с^2.

Ответ: _____.

13. Решите систему неравенств в действительных числах $\begin{cases}\left|\left|x^2-3x+2\right|-1\right|\le x-2\\ \sqrt{x+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{x-\frac{1}{x^2}}\le\frac{2}{x}\end{cases}$. В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) нет решений **2)** $\left(-\infty;\ 1+\sqrt{2}\right]\cup\left[3;\ +\infty\right)$

3) $\left[1;\ \sqrt[3]{\frac{5}{4}}\right]$ **4)** $\left(-\infty;\ 1\right]\cup\left[\sqrt[3]{\frac{5}{4}};\ +\infty\right)$

Ответ: _____.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2020 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

14. Бизнесмен Печенов получил в 2000 году прибыль в размере 1 000 000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 16% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Печенов за 2002 год?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Острый угол прямоугольного треугольника равен 30°, а гипотенуза равна 8. Найдите отрезки, на которые делит гипотенузу высота, проведённая из вершины прямого угла. В ответе запишите найденные длины отрезков в порядке возрастания без пробелов и других символов между ними.

Ответ: _____.

16. Из вершины A остроугольного треугольника ABC по биссектрисе угла A выпустили бильярдный шарик, который отразился от стороны BC по закону «угол падения равен углу отражения» и дальше катился по прямой, уже ни от чего не отражаясь. Причём траектория шарика прошла через центр описанной окружности треугольника ABC. Найдите градусную меру угла A.

Ответ: _____.

17. В выпуклом четырёхугольнике, описанном около окружности, произведения противоположных сторон равны. Угол между стороной и одной из диагоналей равен 20°. Найдите градусную меру угла между этой стороной и другой диагональю.

Ответ: _____.

18. На сторонах выпуклого четырёхугольника $ABCD$, площадь которого равна 24, взяты точки: K — на AB, L — на BC, M — на CD, N — на AD. При этом $\frac{AK}{KB}=2$, $\frac{BL}{LC}=\frac{1}{3}$, $\frac{CM}{MD}=1$, $\frac{DN}{NA}=\frac{1}{5}$. Найдите площадь шестиугольника $AKLCMN$.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

1) Если диагонали параллелограмма равны, то он – квадрат.
2) Медиана треугольника делит его на два равновеликих треугольника.
3) Центром окружности, вписанной в треугольник, служит точка пересечения серединных перпендикуляров его сторон.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите неравенство в действительных числах:

$$\frac{\left|x\sqrt{1-x^2}+x\right|+\sqrt{1+x^2}}{2}\cdot\frac{\left(x\sqrt{1-x^2}+x\right)^2+1+x^2}{2}\cdot\frac{\left|x\sqrt{1-x^2}+x\right|^3+\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}}{2}\geq$$

$$\geq\frac{\left(x\sqrt{1-x^2}+x\right)^6+\left(1+x^2\right)^3}{2}.$$

alexlarin.net

© alexlarin.net 2020 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

21. В таблице 2005×2006 расставлены числа 0, 1, 2 так, что сумма чисел в каждом столбце и в каждой строке делится на 3. Какое наибольшее возможное количество единиц может быть в этой таблице?

22. Постройте множество точек плоскости Ω, заданное уравнением $y=\left|x^2-2x-3\right|+1$. Найдите все значения a, при каждом из которых множество точек плоскости $y=\left|x-a\right|+2a$ имеет с множеством точек плоскости Ω ровно три общих точки.

Модуль «Геометрия»

23. В треугольнике ABC на сторонах AB и BC выбраны точки E и F так, что $AE=EF$ и $\angle CEF=\angle ABC$. Точка K на отрезке EC такова, что $EK=FC$. Найдите длину отрезка, соединяющего середины отрезков AF и EC, если известно, что $KF=4$.

24. Докажите, что отрезок, соединяющий центры вписанной и вневписанной окружностей треугольника, делится описанной окружностью пополам.

25. Дан треугольник с длинами сторон a, b, c и площадью S. Найдите наименьшее значение выражения $\dfrac{a^2+b^2+c^2-\frac{1}{2}\left(\left|a-b\right|+\left|b-c\right|+\left|c-a\right|\right)^2}{S}$.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2020 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях