

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 330

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

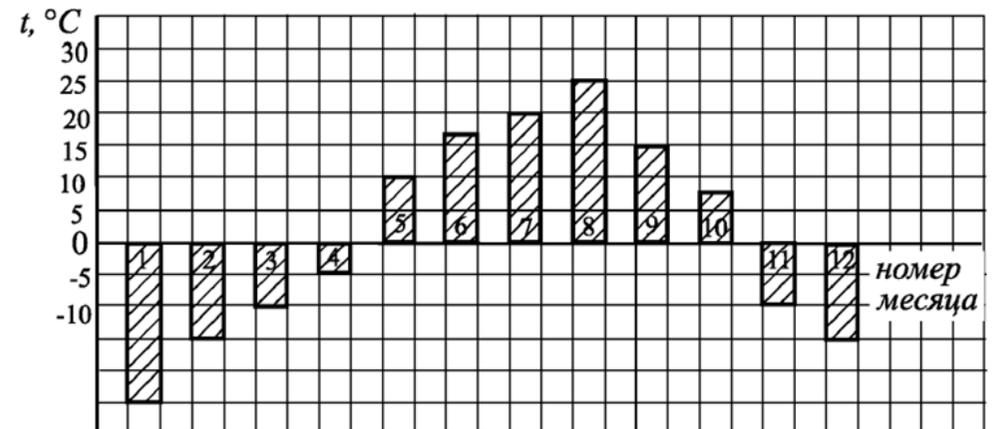
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В копилке находятся монеты достоинством 2 рубля и 5 рублей. Известно, что без монет копилка весит 100 г, а с монетами 270 г. Монет достоинством 5 рублей в копилке 10 шт. Сколько денег (в руб.) находится в копилке, если монеты достоинством 2 рубля и 5 рублей соответственно весят 3 г и 6,5 г?

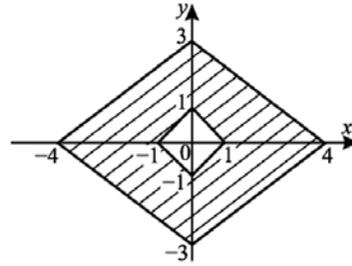
Ответ: _____.

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Челябинске. Найдите количество месяцев со среднемесячной температурой выше 10°C.



Ответ: _____.

3. Найдите площадь закрашенной фигуры на координатной плоскости (см. рис.).



Ответ: _____.

4. Известно, что в среднем 95% выпускаемой продукции удовлетворяет стандарту. Упрощенная схема контроля признает пригодной продукцию с вероятностью 0,98, если она стандартна, и с вероятностью 0,06, если она нестандартна. Определите вероятность того, что взятое наудачу изделие пройдет упрощенный контроль?

Ответ: _____.

5. Решите уравнение: $\left(9^{2x+5} \cdot (\sqrt{3})^{2x}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x-2}$. Если корней несколько, в ответе укажите наименьший из них.

Ответ: _____.

6. В равнобедренном треугольнике MNK (NK = MK) проведены высоты MP и NF. Известно, что PF = 3, а косинус угла K равен 0,3. Найдите длину стороны MN.

Ответ: _____.

7. Прямая, заданная уравнением $y = bx + 1$ при некотором значении b является касательной к графику функции $f(x) = \frac{1}{x+1}$. Найдите b .

Ответ: _____.

8. Шар пересечён двумя параллельными плоскостями, расположенными по одну сторону от его центра. Радиус первого сечения равен 12, радиус второго сечения равен 9. Расстояние от центра шара до плоскости первого сечения равно 9. Найдите расстояние между плоскостями сечений.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $tg\left(2\text{arcctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) - \frac{\pi}{3}\right)$

Ответ: _____.

10. Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте h (в м) от поверхности Земли, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле:

$l = \sqrt{\frac{R \cdot h}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. Наблюдатель, находящийся на небольшой высоте, видит горизонт на расстоянии 13,6 км. На сколько метров еще надо подняться, чтобы горизонт был виден на расстоянии 16 км?

Ответ: _____.

11. Бетономешалка содержит раствор цемента, состоящий из цемента, песка и воды. Из бетономешалки вылили $\frac{2}{5}$ находящегося в ней раствора цемента, а к оставшейся части добавили некоторое количество песка и некоторое количество воды так, что бетономешалка оказалась заполненной на $\frac{7}{9}$ первоначального объема раствора. При этом раствор цемента стал содержать 27% цемента. Сколько процентов цемента изначально было в растворе?

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = \log_7 \left(\frac{1}{x^3 - 12x^2 + 45x - 1} \right)$ на отрезке $[3; 6]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\cos 3x - \sin \left(7x - \frac{\pi}{2} \right) = \cos 5x$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\pi; \frac{\pi}{2} \right)$

14. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD сторона основания AB равна 16, а высота пирамиды равна 4. На ребрах AB, CD и AS отмечены точки M, N и K соответственно, причем $AM = DN = 4$ и $AK = 3$.

- а) Докажите, что плоскости MNK и SBC параллельны.
б) Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC.

15. Решите неравенство: $6^{x^2} + 81 \cdot 4^x \leq 4^x \cdot 3^{x^2} + 81 \cdot 2^{x^2}$

16. На стороне AB выпуклого четырехугольника ABCD выбрана точка M так, что $\angle AMD = \angle ADB$ и $\angle ACM = \angle ABC$. Утроенный квадрат отношения расстояния от точки A до прямой CD к расстоянию от точки C до прямой AD равен 2, $CD = 20$.

- а) Докажите, что треугольник ACD равнобедренный.
б) Найдите длину радиуса вписанной в треугольник ACD окружности.

17. Егор положил в банк некоторую сумму денег. Через год, после начисления процентов, он добавил на свой счет сумму, составляющую 0,9 исходной, в результате чего остаток на счете стал равен 3,4 млн.рублей. А еще через год, после начисления процентов, остаток на его счете увеличился 2,2 раза по сравнению с исходной суммой. Какую сумму (в млн.руб.) Егор положил в банк первоначально, если в конце каждого года банк начислял один и тот же процент годовых ?

18. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2xy + 2y^2} = \sqrt{x^2 - y^2} \\ \frac{x^8}{(x^2 + y^2)^2} \cdot (a - x) = 1 \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

19. Все члены последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 11 раз больше, либо в 11 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 2231.

- а) Может ли последовательность состоять из двух членов?
б) Может ли последовательность состоять из трех членов?
в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?