

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Великобритании окажется во второй группе?

### ЗАДАНИЕ 10

407. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  равна  $5,7 \cdot 10^{25}$  Вт. Определите температуру этой зезды. Ответ выразите в градусах Кельвина.
408. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{18} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  равна  $4,104 \cdot 10^{27}$  Вт. Определите температуру этой зезды. Ответ выразите в градусах Кельвина.
409. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 3 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 5 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 9$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время,

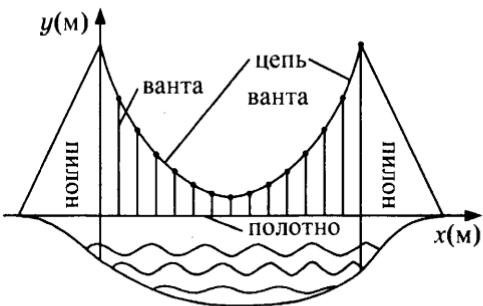
определенное выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,1$  — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 33 секунд. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

- 410.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{72} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  равна  $1,026 \cdot 10^{27}$  Вт. Определите температуру этой звезды. Ответ выразите в градусах Кельвина.
- 411.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{11} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  равна  $46,17 \cdot 10^{12}$ . Определите температуру этой звезды.
- 412.** Для одного из предприятий-монополистов зависимость объёма спроса на продукцию  $q$  (единиц в месяц) от её цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой:  $q = 100 - 10p$ . Определите максимальный уровень цены  $p$  (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц  $r = q \cdot p$  составит не менее 210 тыс. руб.

- 413.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора получена экспериментально:  $T = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1450$  К,  $a = -30$  К/мин $^2$ ,  $b = 180$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя выше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Через сколько минут после начала работы нужно отключить прибор?
- 414.** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 4 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 2 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 22$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,7$  — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 27,2 секунды. Ответ дайте в кВ (киловольтах).
- 415.** При температуре 0 °С рельс имеет длину  $l_0 = 25$  м, а зазор между соседними рельсами равен 12 мм. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t) = l_0 (1 + \alpha \cdot t)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре зазор между рельсами исчезнет? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)
- 416.** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 55$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком сопротивлении нагрузки напряжение на ней будет 50 В? Ответ выразите в омах.

**417.** Зависимость объёма спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 160 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 280 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**418.** На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось  $Oy$  направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось  $Ox$  направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение  $y = 0,0013x^2 - 0,35x + 27$ , где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 30 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



**419.** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 200$  мг. Период его полураспада  $T = 4$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг?

**420.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента не-

которого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур задаётся выражением  $T(t) = T_0 + at + bt^2$ , где  $T_0 = 900$  К,  $a = 31$  К/мин,  $b = -0,2$  К/мин<sup>2</sup>. Известно, что при температурах нагревателя свыше 1550 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.

- 421.** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 65$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком сопротивлении нагрузки напряжение на ней будет 60 В? Ответ выразите в омах.
- 422.** Для одного из предприятий-монополистов зависимость объёма спроса на продукцию  $q$  (единиц в месяц) от её цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой:  $q = 150 - 10p$ . Определите максимальный уровень цены  $p$  (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц  $r = q \cdot p$  составит не менее 440 тыс. руб.
- 423.** Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию  $q$  (единиц в месяц) от её цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой:  $q = 75 - 5p$ . Определите максимальный уровень цены  $p$  (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц  $r = q \cdot p$  составит не менее 270 тыс. руб.
- 424.** Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый отдельный показатель — целое число от 1 до 10. Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится вчетверо, а объективность — вдвое дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{4In + Op + 2Tr}{A}$ .

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг 20.

425. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый отдельный показатель — целое число от 1 до 6. Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится вдвое, а объективность — вчетверо дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{2In + Op + 4Tr}{A}$ .

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг 1.

426. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый отдельный показатель — целое число от  $-1$  до  $1$ .

Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится втрой, а объективность — вчетверо дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{3In + Op + 4Tr}{A}$ .

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг 80.

427. Модель камнеметательной машины выстреливает камни под определённым углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Её конструкция такова, что траектория полёта камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{20000} \text{ 1/m}$ ,  $b = \frac{1}{20}$  — постоянные параметры. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни перелетали через неё?

**428.** Модель камнеметательной машины выстреливает камни под определённым углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Её конструкция такова, что траектория полёта камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ ,

где  $a = -\frac{1}{22500}$  1/м,  $b = \frac{1}{15}$  — постоянные параметры.

На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 24 м нужно расположить машину, чтобы камни перелетали через неё?

**429.** В боковой стенке цилиндрического бака вблизи дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону  $H(t) = 5 - 1,6t + 0,128t^2$ , где  $t$  — время в минутах. В течение какого времени вода будет вытекать из бака?

**430.** Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{эксп}}}{(K+1)^m}, \text{ где } m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}, \text{ } r_{\text{пок}} \text{ — средняя}$$

оценка магазина покупателями,  $r_{\text{эксп}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 15, их средняя оценка равна 0,5, а оценка экспертов равна 0,3.

**431.** Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{эксп}}}{(K+1)^m}, \text{ где } m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}, \text{ } r_{\text{пок}} \text{ — средняя}$$

оценка магазина покупателями,  $r_{\text{эксп}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,32, а оценка экспертов равна 0,16.

**432.** Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{эксп}}}{(K+1)^m}, \text{ где } m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}, \text{ } r_{\text{пок}} \text{ — средняя}$$

оценка магазина покупателями,  $r_{\text{эксп}}$  — оценка магазина,

данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 26, их средняя оценка равна 0,68, а оценка экспертов равна 0,23.

433. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур даётся выражением  $T(t) = T_0 + at + bt^2$ , где  $T_0 = 280$  К,  $a = 26$  К/мин,  $b = -0,2$  К/мин<sup>2</sup>. Известно, что при температуре нагревателя выше 1000 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.
434. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур даётся выражением  $T(t) = T_0 + at + bt^2$ , где  $T_0 = 1100$  К,  $a = 36$  К/мин,  $b = -0,2$  К/мин<sup>2</sup>. Известно, что при температуре нагревателя выше 2000 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.
435. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ . При каком минимальном значении температуры нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 60%, если температура холодильника  $T_2 = 200$ ? Ответ дайте в градусах Кельвина.
436. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ . При каком минимальном значении температуры нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не менее 60%, если темпе-

ратура холодильника  $T_2 = 400$ ? Ответ дайте в градусах Кельвина.

437. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ . При каких

значениях температуры нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет больше 80%, если температура холодильника  $T_2 = 100$ ? Ответ дайте в градусах Кельвина.

438. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности  $Tr$  публикаций, а также качества  $Q$  сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 4.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{4In + Op + 3Tr + Q}{A}$ .

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг 4.

439. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности  $Tr$  публикаций, а также качества  $Q$  сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 4.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится вдвое, а информативность публикаций — вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{4In + Op + 2Tr + Q}{A}$ .

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг 4.

440. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности  $Tr$

публикаций, а также качества  $Q$  сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 4.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится вчетверо, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{2In + Op + 4Tr + Q}{A}$ .

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг 2.

- 441.** В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R = 50$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите (в омах) наименьшее возможное сопротивление  $R_y$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_x$  и  $R_y$  их общее сопротивление дается формулой  $R = \frac{R_x \cdot R_y}{R_x + R_y}$ , а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 40 Ом.

- 442.** В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R = 60$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите (в омах) наименьшее возможное сопротивление  $R_y$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_x$  и  $R_y$  их общее сопротивление дается формулой  $R = \frac{R_x \cdot R_y}{R_x + R_y}$ , а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 35 Ом.

- 443.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела вычисляется по формуле:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой

коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{81} \cdot 10^{18} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $9,12 \cdot 10^{21}$  Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды (в градусах Кельвина).

- 444.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{81} \cdot 10^{12} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $46,17 \cdot 10^{21}$  Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды в градусах Кельвина.
- 445.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{11} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $46,17 \cdot 10^{12}$  Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды в градусах Кельвина.
- 446.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени

температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{13} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $9,12 \cdot 10^{22}$  Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды в градусах Кельвина.

- 447.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{11} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $0,57 \cdot 10^{20}$  Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды в градусах Кельвина.
- 448.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma ST^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — числовой коэффициент,  $S$  — площадь (в квадратных метрах),  $T$  — температура (в градусах Кельвина), а  $P$  — мощность (в ваттах). Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{81} \cdot 10^{15} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $9,12 \cdot 10^{20}$  Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды (в градусах Кельвина).
- 449.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10 \text{ м}$ . При прокладке путей между рельсами оставили зазор в  $3 \text{ мм}$ . При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет менять-

ся по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? Ответ выразите в градусах Цельсия.

450. При температуре  $0\text{ °C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 15\text{ м}$ . При прокладке путей между рельсами оставили зазор в  $4,5\text{ мм}$ . При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? Ответ выразите в градусах Цельсия.
451. При температуре  $0\text{ °C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20\text{ м}$ . При прокладке путей между рельсами оставили зазор в  $6\text{ мм}$ . При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? Ответ выразите в градусах Цельсия.
452. Операционная прибыль предприятия в краткосрочном периоде вычисляется по формуле:  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Компания продает свою продукцию по цене  $p = 600\text{ руб. за штуку}$ , переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300\text{ руб. за штуку}$ , постоянные расходы предприятия  $f = 700\,000\text{ руб. в месяц}$ . Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (шт.), при котором прибыль предприятия будет не меньше  $500\,000\text{ руб. в месяц}$ .
453. Операционная прибыль предприятия в краткосрочном периоде вычисляется по формуле:  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Компания продает свою продукцию по цене  $p = 700\text{ руб. за штуку}$ , переменные затраты на производство одной

единицы продукции составляют  $v = 300$  руб. за штуку, постоянные расходы предприятия  $f = 500\,000$  руб. в месяц. Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (шт.), при котором прибыль предприятия будет не меньше  $700\,000$  руб. в месяц.

454. Операционная прибыль предприятия в краткосрочном периоде вычисляется по формуле:  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Компания продает свою продукцию по цене  $p = 500$  руб. за штуку, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  руб. за штуку, постоянные расходы предприятия  $f = 400\,000$  руб. в месяц. Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (шт.), при котором прибыль предприятия будет не меньше  $300\,000$  руб. в месяц.
455. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик определяет его, измеряя время падения  $t$  небольших камушков в колодец и рассчитывая по формуле  $h = -5t^2$ , где  $t$  измеряется в секундах, а  $h$  — в метрах. До дождя время падения камушков составляло  $0,8$  с. На какую минимальную высоту должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось больше чем на  $0,2$  с? Ответ выразите в метрах.
456. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик определяет его, измеряя время падения  $t$  небольших камушков в колодец и рассчитывая по формуле  $h = -5t^2$ , где  $t$  измеряется в секундах, а  $h$  — в метрах. До дождя время падения камушков составляло  $0,6$  с. На какую минимальную высоту должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось больше чем на  $0,1$  с? Ответ выразите в метрах.
457. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик определяет его, измеряя время падения  $t$  небольших камушков в колодец и рассчитывая по формуле  $h = -5t^2$ , где  $t$  измеряется в секундах, а  $h$  —

в метрах. До дождя время падения камушков составляло 1,4 с. На какую минимальную высоту должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось больше чем на 0,1 с? Ответ выразите в метрах.

458. Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1 + 11t - 5t^2$ , где  $t$  измеряется в секундах, а  $h$  — в метрах. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более трёх метров?
459. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$ , где  $t$  измеряется в секундах, а  $h$  — в метрах. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более четырёх метров?
460. При вращении ведёрка с водой на верёвке в вертикальной плоскости сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории. В верхней точке сила давления равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведёрка в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g = 10 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения. С какой минимальной скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась из него, если длина верёвки равна 0,4 м? Ответ выразите в м/с.
461. При вращении ведёрка с водой на верёвке в вертикальной плоскости сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории. В верхней точке сила давления равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведёрка в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g = 10 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного

падения. С какой минимальной скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась из него, если длина верёвки равна 0,9 м? Ответ выразите в м/с.

462. При вращении ведёрка с водой на верёвке в вертикальной плоскости сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории. В верхней точке сила давления равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведёрка в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g = 10 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения.

С какой минимальной скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась из него, если длина верёвки равна 202,5 м? Ответ выразите в м/с.

463. В боковой стенке высокого цилиндрического бака вблизи дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2, \text{ где } t \text{ — прошедшее время}$$

(в секундах),  $H_0 = 20 \text{ м}$  — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{200}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g = 10 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения. К какому моменту времени в баке останется не более чем четверть первоначального объёма? Ответ выразите в секундах.

464. В боковой стенке высокого цилиндрического бака вблизи дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону
- $$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2, \text{ где } t \text{ — прошедшее время}$$

(в секундах),  $H_0 = 5 \text{ м}$  — начальная высота столба во-

ды,  $k = \frac{1}{800}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g = 10 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения. К какому моменту времени в баке останется не более чем четверть первоначального объёма? Ответ выразите в секундах.

- 465.** В боковой стенке высокого цилиндрического бака вблизи дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$ , где  $t$  — прошедшее время (в секундах),  $H_0 = 20 \text{ м}$  — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{600}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g = 10 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения. К какому моменту времени в баке останется не более чем четверть первоначального объёма? Ответ выразите в секундах.
- 466.** В боковой стенке цилиндрического бака вблизи дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 2 \text{ м}$  — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{50} \frac{\text{м}}{\text{мин}^2}$  и  $b = -\frac{2}{5} \frac{\text{м}}{\text{мин}}$  — постоянные. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.
- 467.** В боковой стенке цилиндрического бака вблизи дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 2 \text{ м}$  — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{5000} \frac{\text{м}}{\text{мин}^2}$  и  $b = -\frac{1}{25} \frac{\text{м}}{\text{мин}}$  — постоянные. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

- 468.** Модель камнеметательной машины выстреливает камни под определённым углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полёта камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$ ,  $b = 1$  — постоянные параметры,  $x$  — расстояние от машины до камня, считаемое по горизонтали,  $y$  — высота камня над землёй. На каком наименьшем расстоянии от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над ней на высоте не менее 1 метра? Ответ выразите в метрах.
- 469.** Модель камнеметательной машины выстреливает камни под определённым углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полёта камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{25} \text{ м}^{-1}$ ,  $b = \frac{7}{5}$  — постоянные параметры,  $x$  — расстояние от машины до камня, считаемое по горизонтали,  $y$  — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над ней на высоте не менее 1 метра? Ответ выразите в метрах.
- 470.** Модель камнеметательной машины выстреливает камни под определённым углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полёта камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{280} \text{ м}^{-1}$ ,  $b = \frac{4}{7}$  — постоянные параметры,  $x$  — расстояние от машины до камня, считаемое по горизонтали,  $y$  — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над ней на высоте не менее 1 метра? Ответ выразите в метрах.

- 471.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур даётся выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $T_0 = 1350$  К,  $a = -15$  К/мин,  $b = 180$  К/мин<sup>2</sup>. Известно, что при температуре нагревателя выше 1650 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.
- 472.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур даётся выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $T_0 = 1350$  К,  $a = -7,5$  К/мин,  $b = 105$  К/мин<sup>2</sup>. Известно, что при температуре нагревателя выше 1650 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.
- 473.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур даётся выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $T_0 = 1400$  К,  $a = -50$  К/мин,  $b = 400$  К/мин<sup>2</sup>. Известно, что при температуре нагревателя выше 1750 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор.
- 474.** Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\phi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где

$\omega = 25^\circ/\text{мин}$  — начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 5^\circ/\text{мин}^2$  — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже, чем угол намотки  $\phi$  достигнет  $1200^\circ$ . Определите время (в минутах) после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проконтролировать её работу.

475. Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\phi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где  $\omega = 20^\circ/\text{мин}$  — начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 8^\circ/\text{мин}^2$  — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже, чем угол намотки  $\phi$  достигнет  $1200^\circ$ . Определите время (в минутах) после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проконтролировать её работу.
476. Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\phi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где  $\omega = 30^\circ/\text{мин}$  — начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 12^\circ/\text{мин}^2$  — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже, чем угол намотки  $\phi$  достигнет  $1800^\circ$ . Определите время (в минутах) после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проконтролировать её работу.
477. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 58 \text{ км}/\text{ч}$ , выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 8 \text{ км}/\text{ч}^2$ . Расстояние от мотоциклиста до города оп-

ределяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время (в минутах), в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем 30 км от города.

- 478.** Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 40$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 64$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние от мотоциклиста до города определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время (в минутах), в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем 48 км от города.

- 479.** Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 59$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 8$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние от мотоциклиста до города определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наи-

большее время (в минутах), в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем 80 км от города.

- 480.** Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 18$  м/с и тормозящий с постоянным ускорением  $a = 3$  м/с<sup>2</sup>, за  $t$  секунд после начала торможения проходит путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ . Определите

(в секундах) наименьшее время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал не менее 30 метров.

- 481.** Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 21$  м/с и тормозящий с постоян-

ным ускорением  $a = 3 \text{ м/с}^2$ , за  $t$  секунд после начала торможения проходит путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ . Определите

(в секундах) наименьшее время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал не менее 60 метров.

482. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 12 \text{ м/с}$  и тормозящий с постоянным ускорением  $a = 4 \text{ м/с}^2$ , за  $t$  секунд после начала торможения проходит путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ . Определите

(в секундах) наименьшее время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал не менее 10 метров.

483. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального — массой  $m = 4 \text{ кг}$  и радиусом  $R = 5 \text{ см}$  — и двух боковых массой  $M = 2 \text{ кг}$  и радиусом  $R + h$  каждый. При этом момент инерции катушки (в  $\text{кг} \cdot \text{см}^2$ ) относительно оси вращения определяется выражением  $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$ . При каком

максимальном значении  $h$  (в см) момент инерции катушки не превышает предельных для неё  $250 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$ ?

484. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального — массой  $m = 6 \text{ кг}$  и радиусом  $R = 15 \text{ см}$  — и двух боковых массой  $M = 1 \text{ кг}$  и радиусом  $R + h$  каждый. При этом момент инерции катушки (в  $\text{кг} \cdot \text{см}^2$ ) относительно оси вращения определяется выражением  $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$ . При каком

максимальном значении  $h$  (в см) момент инерции катушки не превышает предельных для неё  $1300 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$ ?

- 485.** Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального — массой  $m = 12$  кг и радиусом  $R = 4$  см — и двух боковых массой  $M = 4$  кг и радиусом  $R + h$  каждый. При этом момент инерции катушки (в  $\text{кг} \cdot \text{см}^2$ ) относительно оси вращения определяется выражением  $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$ . При каком максимальном значении  $h$  (в см) момент инерции катушки не превышает предельных для неё  $580$   $\text{кг} \cdot \text{см}^2$ ?
- 486.** На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на большие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, сила Архимеда, действующая на аппарат, будет определяться по формуле:  $F_A = \rho gl^3$ , где  $l$  — линейный размер аппарата в метрах,  $\rho = 1000$   $\text{кг}/\text{м}^3$  — плотность воды, а  $g = 9,8$   $\text{Н}/\text{кг}$  — ускорение свободного падения. Каковы могут быть максимальные линейные размеры аппарата (в метрах), чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении не будет пре- восходить  $264\ 600$  Н?
- 487.** На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на большие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, сила Архимеда, действующая на аппарат, будет определяться по формуле:  $F_A = \rho gl^3$ , где  $l$  — линейный размер аппарата в метрах,  $\rho = 1000$   $\text{кг}/\text{м}^3$  — плотность воды, а  $g = 9,8$   $\text{Н}/\text{кг}$  — ускорение свободного падения. Каковы могут быть максимальные линейные размеры аппарата (в метрах), чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении не будет пре- восходить  $3\ 361\ 400$  Н?
- 488.** На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на большие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, сила Архимеда, дейст-

вующая на аппарат, будет определяться по формуле:  $F_A = \rho g l^3$ , где  $l$  — линейный размер аппарата в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  — плотность воды, а  $g = 9,8 \text{ Н/кг}$  — ускорение свободного падения. Каковы могут быть максимальные линейные размеры аппарата (в метрах), чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении не будет превосходить 78 400 000 Н?

- 489.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma S T^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — постоянная, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{128} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $1,14 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$ . Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Ответ дайте в градусах Кельвина.
- 490.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:  $P = \sigma S T^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — постоянная, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{625} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $9,12 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$ . Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Ответ дайте в градусах Кельвина.
- 491.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20 \text{ м}$ . При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где

$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

- 492.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.
- 493.** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 15$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6,3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.
- 494.** Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 600$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 700\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 500 000 руб.
- 495.** Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 400$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 200$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 200\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по

формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300 000 руб.

496. Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 700$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 400$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 800\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 1 000 000 руб.
497. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,8 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.
498. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с? Ответ выразите в метрах.
499. Зависимость объёма спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 70 - 5p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наименьший месячный объём продаж  $q$  (единиц продукции), при котором месячная выручка предприятия будет не меньше 1 000 000 руб.

лите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

- 500.** Зависимость объёма спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 75 - 5p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 270 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
- 501.** Зависимость объёма спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 160 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 600 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.
- 502.** Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 3 метров?
- 503.** Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 4 метров?
- 504.** Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1 + 11t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 3 метров?
- 505.** Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в

нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в паскалях, равна

$$P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right),$$

где  $m$  — масса воды в килограммах,

$v$  — скорость движения ведёрка в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 90 см? Ответ выразите в м/с.

- 506.** Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в паскалях, равна
- $$P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right),$$
- где  $m$  — масса воды в килограммах,

$v$  — скорость движения ведёрка в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 250 см? Ответ выразите в м/с.

- 507.** В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону
- $$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2,$$
- где  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 20$  м — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{50}$  — отношение

площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

- 508.** В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2, \text{ где } t \text{ — время в секундах,}$$

прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 20 \text{ м}$  — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{300}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

- 509.** В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2, \text{ где } t \text{ — время в секундах,}$$

прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 5 \text{ м}$  — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{600}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

- 510.** В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = at^2 + bt + H_0, \text{ где } H_0 = 4,5 \text{ м} — \text{ начальный уро-}$$

вень воды,  $a = \frac{1}{200} \text{ м/с}^2$  и  $b = -\frac{3}{10} \text{ м/с}$  — постоянные,

$t$  — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

- 511.** В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 3$  м — начальный уровень

воды,  $a = \frac{1}{1200}$  м/с<sup>2</sup> и  $b = -\frac{1}{10}$  м/с — постоянные,  $t$  — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

- 512.** В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 5$  м — начальный уровень

воды,  $a = \frac{1}{500}$  м/с<sup>2</sup> и  $b = -\frac{1}{5}$  м/с — постоянные,  $t$  — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в секундах.

- 513.** Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где

$a = -\frac{1}{600}$ ,  $b = \frac{4}{15}$  — постоянные параметры,  $x$  (м) — смещение камня по горизонтали,  $y$  (м) — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

- 514.** Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где

$$a = -\frac{1}{48}, \quad b = \frac{7}{8} \quad — \text{постоянные параметры, } x \text{ (м)} —$$

смещение камня по горизонтали,  $y$  (м) — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

- 515.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1350$  К,  $a = -15$  К/мин $^2$ ,  $b = 180$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя выше 1650 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.
- 516.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1600$  К,  $a = -5$  К/мин $^2$ ,  $b = 105$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя выше 1870 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.
- 517.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1400$  К,  $a = -10$  К/мин $^2$ ,  $b = 200$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя выше

1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

518. Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\phi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где  $t$  — время в минутах,  $\omega = 30^\circ / \text{мин}$  — начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 3^\circ / \text{мин}^2$  — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки  $\phi$  достигнет  $1200^\circ$ . Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.
519. Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\phi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где  $t$  — время в минутах,  $\omega = 30^\circ / \text{мин}$  — начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 12^\circ / \text{мин}^2$  — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки  $\phi$  достигнет  $3000^\circ$ . Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.
520. Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\phi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где  $t$  — время в минутах,  $\omega = 10^\circ / \text{мин}$  — начальная угловая

скорость вращения катушки, а  $\beta = 4^\circ / \text{мин}^2$  — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки  $\phi$  достигнет  $600^\circ$ . Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

- 521.** Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 58 \text{ км/ч}$ , выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 16 \text{ км/ч}^2$ . Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем 48 км от города. Ответ выразите в минутах.
- 522.** Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 55 \text{ км/ч}$ , выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 2 \text{ км/ч}^2$ . Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем 56 км от города. Ответ выразите в минутах.
- 523.** Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 59 \text{ км/ч}$ , выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 8 \text{ км/ч}^2$ . Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время, в тече-

ние которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем 80 км от города. Ответ выразите в минутах.

524. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 15$  м/с, начал торможение с постоянным ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>. За  $t$  секунд после начала торможения он прошёл путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$  (м).

Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 36 метров. Ответ выразите в секундах.

525. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 17$  м/с, начал торможение с постоянным ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>. За  $t$  секунд после начала торможения он прошёл путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$  (м).

Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 60 метров. Ответ выразите в секундах.

526. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 20$  м/с, начал торможение с постоянным ускорением  $a = 4$  м/с<sup>2</sup>. За  $t$  секунд после начала торможения он прошёл путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$  (м).

Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 32 метра. Ответ выразите в секундах.

527. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального — массой  $m = 10$  кг и радиусом  $R = 5$  см — и двух боковых массой  $M = 3$  кг и радиусом  $R + h$  каждый. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг · см<sup>2</sup>, определяется по формуле  $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$ . При

каком максимальном значении  $h$  момент инерции катушки не превышает предельного значения  $800 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$ ? Ответ выразите в сантиметрах.

528. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального — массой  $m = 6 \text{ кг}$  и радиусом  $R = 9 \text{ см}$  — и двух боковых массой  $M = 2 \text{ кг}$  и радиусом  $R + h$  каждый. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в  $\text{кг} \cdot \text{см}^2$ , определяется по формуле  $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$ .

При каком максимальном значении  $h$  момент инерции катушки не превышает предельного значения  $755 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$ ? Ответ выразите в сантиметрах.

529. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, сила Архимеда, действующая на аппарат, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \rho gl^3$ , где  $l$  — длина ребра куба в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$  — плотность воды, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 9,8 \text{ Н/кг}$ ). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше чем  $5017,6 \text{ Н}$ ? Ответ выразите в метрах.

530. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, сила Архимеда, действующая на аппарат, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \rho gl^3$ , где  $l$  — длина ребра куба в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$  — плотность воды, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 9,8 \text{ Н/кг}$ ). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше чем  $7144,2 \text{ Н}$ ? Ответ выразите в метрах.