

Часть 1**Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ****Тренировочный вариант № 260****Уровень 2****Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



рис. 1

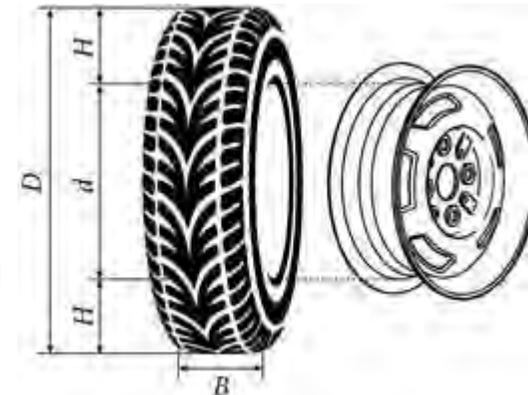


рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной (см. рис. 1 и рис. 2 выше). Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1).

Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2).

Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 185/60 R14.

1. Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр колеса (дюймы)		
	14	15	16
185	185/60	185/55	–
195	195/55	195/55, 195/50	–
205	–	205/50	205/50
215	–	–	215/45

Шины какой наименьшей ширины (в мм) можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 16 дюймам?

Ответ: _____.

2. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 185/55 R15 меньше, чем радиус колеса с шиной маркировки 205/50 R15?

Ответ: _____.

3. На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 195/55 R15?

Ответ: _____.

4. Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

5. На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 205/50 R16? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21 - 1,25) \cdot 2,5}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Найдите наименьшее значение выражения

$$\frac{1}{16} \left(\frac{(b+c)(c+a)}{ab} + \frac{(c+a)(a+b)}{bc} + \frac{(a+b)(b+c)}{ca} \right) - 4 \left(\frac{ab}{(b+c)(c+a)} + \frac{bc}{(c+a)(a+b)} + \frac{ca}{(a+b)(b+c)} \right).$$

1) $-\frac{5}{2}$

2) $-\frac{9}{4}$

3) $-\frac{7}{4}$

4) $-\frac{5}{4}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left(\frac{6}{a^2+5a+4} - \frac{2}{(a+1)(a+2)} + \frac{a}{(a+2)(a+4)} \right)^2 \cdot \frac{a^2+4a+4}{2}$ при

$$a = \sqrt{\sqrt{7} + 2}.$$

Ответ: _____.

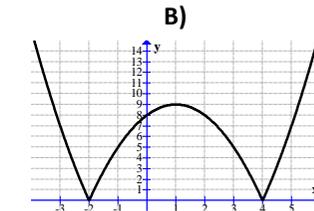
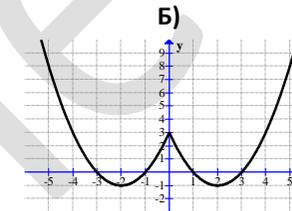
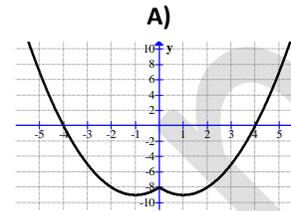
9. Решите уравнение в действительных числах $\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1} = \sqrt[3]{x^2-1}$. В ответе запишите сумму корней этого уравнения.

Ответ: _____.

10. На полке стоят пять книг. Сколькими способами можно выложить в стопку несколько книг (стопка не может состоять из одной книги).

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других разделительных символов.



1) $y = x^2 - 2|x| - 8$

2) $y = x^2 - 4|x| + 3$

3) $y = |x^2 - 2x - 8|$

Ответ: _____.

12. Среднее гармоническое трёх чисел a, b, c вычисляется по формуле $h = \left(\frac{a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}}{3} \right)^{-1}$. Найдите среднее гармоническое чисел $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ и $\frac{1}{10}$.

Ответ: _____.

13. Укажите решение системы неравенств в действительных числах $\begin{cases} |x^2 + x - 6| \geq -x^2 - x + 6 \\ \sqrt{4x - x^2 - 3} - 1 > -1,5 \end{cases}$.

1) нет решений

2) $[1; 3]$

3) $[1; 2) \cup (2; +\infty)$

4) $[1; 2) \cup (2; 3]$

Ответ: _____.

14. За изготовление и установку нижнего железобетонного кольца колодца заплатили 234 рубля, а за каждое следующее кольцо платили на 18 рублей меньше, чем за предыдущее. Кроме того, по окончании работы была выплачена премия 360 рублей. Средняя стоимость изготовления и установки одного кольца с учетом премии оказалась равна 202 рубля. Сколько колец было установлено?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В треугольнике ABC на стороне AC как на диаметре построена окружность, которая пересекает сторону AB в точке M , а сторону BC – в точке N . Известно, что $AC = 2$, $AB = 3$, $AM:MB = 2:3$. Найдите AN . В ответ запишите значение выражения $AN \cdot \sqrt{145}$.

Ответ: _____.

16. В окружность вписан четырёхугольник $ABCD$, причём AB является диаметром окружности. Диагонали AC и BD пересекаются в точке M . Известно, что $BC = 12$, $CM = 3$, а площадь треугольника ABC вдвое больше площади треугольника ACD . Найдите AM .

Ответ: _____.

17. В выпуклом четырёхугольнике $MNPQ$ диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S . Найдите NS , если известно, что около четырёхугольника $MNPQ$ можно описать окружность, $PQ = 12$, $SQ = 9$.

Ответ: _____.

18. Около трапеции $KLMN$ описана окружность, причём основание KN является её диаметром. Известно, что $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает диаметр KN в точке S , причём $KS:SN = 1:3$. Найдите площадь S треугольника STN . В ответе запишите значение выражения $14S\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

- 1) Прямые, на которых лежат биссектрисы противоположных углов параллелограмма, параллельны или совпадают.
- 2) Если одна из диагоналей четырёхугольника проходит через середину другой диагонали, то этот четырёхугольник не может быть трапецией.
- 3) Центром окружности, описанной около треугольника, служит точка пересечения медиан.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите неравенство в действительных числах $\sqrt[3]{4 + \frac{x^4}{1-4x}} + \sqrt[3]{6 - \frac{x^4}{1-4x}} \geq 2\sqrt[3]{5}$.

21. В бассейн проведены шесть труб. Через первые три трубы вода втекает, через три другие – вытекает. Если открыть все шесть труб, то пустой бассейн наполнится за 1 час 36 минут. Если открыть все трубы, кроме шестой, то пустой бассейн наполнится за 40 минут. Если открыть все трубы, кроме четвёртой, то пустой бассейн наполнится за 48 минут. Если открыть все трубы, кроме первой, то полностью заполненный бассейн опорожнится за 1 час 36 минут. За сколько часов заполнится пустой бассейн, если будут открыты только вторая, третья и пятая трубы?

22. Постройте множество точек плоскости Ω , заданное уравнением $|x^2 - x - 6| = (y - 1)^2 + x - 7$. Найдите все значения a , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением $3y = 2x + a$, имеет с множеством точек плоскости Ω ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

23. Круг с центром на стороне AB треугольника ABC касается двух других его сторон.

Найдите площадь круга, если известно, что $AB = 15$, $AC = 14$, $BC = 13$.

24. В треугольнике ABC угол BAC равен 60° . Внутри треугольника нашлась точка O , из которой все стороны видны под углом 120° . На луче CO выбрана точка D такая, что треугольник AOD – равносторонний. Серединный перпендикуляр к отрезку AO пересекает прямую BC в точке Q . Докажите, что прямая OQ делит отрезок BD пополам.

25. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, $DC = 3$, $DA = 7$. На стороне AB взяты точки A_1 и K , а на стороне BC – точки C_1 и M . Известно, что $BA_1 = 1$, $BC_1 = 2$, $BK = BM = x$. Отрезки A_1M и C_1K пересекаются на диагонали BD . Найдите x .